Notice d’utilisation des éléments plaques, coques, coques volumiques SHB, grilles et membranes

Résumé :

Ce document est une notice d’utilisation pour les modélisations plaques, coques, coques volumiques SHB, grilles et membranes.

Les éléments de coques et de plaques interviennent dans la modélisation numérique des structures minces à surface moyenne, plane (modélisation plaque) ou courbe (modélisation coques). Les modélisations de grilles interviennent pour la modélisation numérique des armatures et des câbles de précontrainte dans les structures en béton armé. La modélisation de membrane permet de modéliser des structures minces dont la rigidité de flexion est négligeable.

Ils sont utilisables en mécanique linéaire ou non linéaire et en thermique.

Table des matières

1 Introduction

Les éléments de coques et de plaques sont particulièrement utilisés pour modéliser des structures minces où les rapports entre les dimensions (épaisseur/longueur caractéristique) sont très inférieurs à $1/10$ (coques minces) ou de l’ordre de $1/10$ (coques épaisses).

Ces modélisations sont utilisables en mécanique linéaire et non linéaire, sous des hypothèses de petites déformations et petits déplacements ou bien des hypothèses de grands déplacements et de grandes rotations, suivant les modélisations. Une modélisation de coque mince est également disponible en thermique linéaire transitoire.

Trois catégories d’éléments de structures minces sont décrites dans ce document :

- Les éléments de **plaques**, qui sont plans, donc la courbure de la structure à représenter n’est pas idéalement prise en compte et il est nécessaire d’utiliser un grand nombre d’éléments de façon à approcher correctement la géométrie de la structure (aspect facettes).
- Les éléments de **coques**, qui sont courbes, donc la géométrie de la structure est mieux approchée.
- Les éléments de **coques volumiques ou tridimensionnelles** SHB , qui sont en fait des éléments 3D enrichis, appréhendant au mieux les phénomènes pour de faibles épaisseurs.

Concernant la nomenclature et les documentations de référence associées à chacune des modélisations :

- Les éléments de plaques plans triangle et quadrangle sont regroupés sous les modélisations, (documentation de référence [R3.07.03]) :
  - DKT : maille TRIA3 élément DKT, maille QUAD4 éléments DKQ (linéaire géométrique) ;
  - DKTG : maille TRIA3 élément DKT, maille QUAD4 éléments DKQ (linéaire ou non linéaire géométrique) ;
  - DST : maille TRIA3 élément DST, maille QUAD4 élément DSQ (linéaire géométrique) ;
  - Q4G : maille QUAD4 élément Q4G (linéaire géométrique) .
  - Q4GG : maille TRIA3 élément T3G, maille QUAD4 éléments Q4G (linéaire géométrique) ;
- Les éléments de coques courbes issus de modèles 3D avec une cinématique de coque sont regroupés sous les modélisations :
  - COQUE_3D : maille TRIA7 et QUAD9, structure 3D à géométrie quelconque ([R3.07.04] en linéaire géométrique, [R3.07.05] en non linéaire géométrique et [R3.03.07] avec des pressions suiveuses) ;
  - COQUE_AXIS : maille SEG3, coques à symétrie de révolution autour de l’axe $0Y$ ([R3.07.02] en linéaire géométrique) ;
  - COQUE_C_PLAN ou COQUE_D_PLAN : maille SEG3, coques à géométrie invariante le long de l’axe OZ ([R3.07.02] en linéaire géométrique) ;
- Les éléments de coques volumiques avec une cinématique isoparamétrique comme les éléments 3D standards (en linéaire et non linéaire géométrique avec des pressions suiveuses) sont regroupés sous la modélisation (documentation de référence [R3.07.07a]) :
  - SHB8 : maille PENTA6 élément SHB6 (formulation linéaire) ;
    maille HEXA8 élément SHB8 (formulation linéaire) ;
    maille PENTA15 élément SHB15 (formulation quadratique);
    maille HEXA20 élément SHB20 (formulation quadratique).
- éléments de membrane classiques :
  - MEMBRANE : maille TRIA3, QUAD4, TRIA6 et QUAD8 (linéaire géométrique)

  Ce sont des éléments de membrane avec une simple rigidité membranaire (pas de degré de liberté de rotation). Il n'y a pas d'excentrement.
- éléments de plaques spécifiques pour représenter les nappes de ferraillage :
  - GRILLE_EXCENTRE : maille TRIA3 ou QUAD4 (linéaire géométrique)

    La modélisation GRILLE_EXCENTRE correspond à des éléments de plaques DKT orthotropes à 3 ou 4 nœuds excentrés par rapport au feuillet moyen en béton, (une seule direction d'armatures). Ce dernier est modélisé par des éléments de plaques DKT ou DST

à 3 nœuds. La structure en béton armé est alors représentée par la superposition des modélisations GRILLE_EXCENTRE et de celle utilisée pour le béton (DKT ou DST).

- GRILLE_MEMBRANE : mailles TRIA3, QUAD4, TRIA6, QUAD8 (doc [R3.08.07]): ce sont des éléments d'armature (une seule direction d'armatures) ne travaillant qu'en membrane (pas de degré de liberté de rotation). Il n'y a pas d'excentrement.

2 Mécanique

2.1 Capacités de modélisation

2.1.1 Rappel des formulations

2.1.1.1 Géométrie des éléments plaque et coques

Pour les éléments plaques et coques on définit une surface de référence, ou surface moyenne, plane (plan xy par exemple) ou courbe (x et y définissent un ensemble de coordonnées curvilignes) et une épaisseur $h(x,y)$. Cette épaisseur doit être petite par rapport aux autres dimensions de la structure à modéliser. La figure ci-dessous illustre ces différentes configurations.

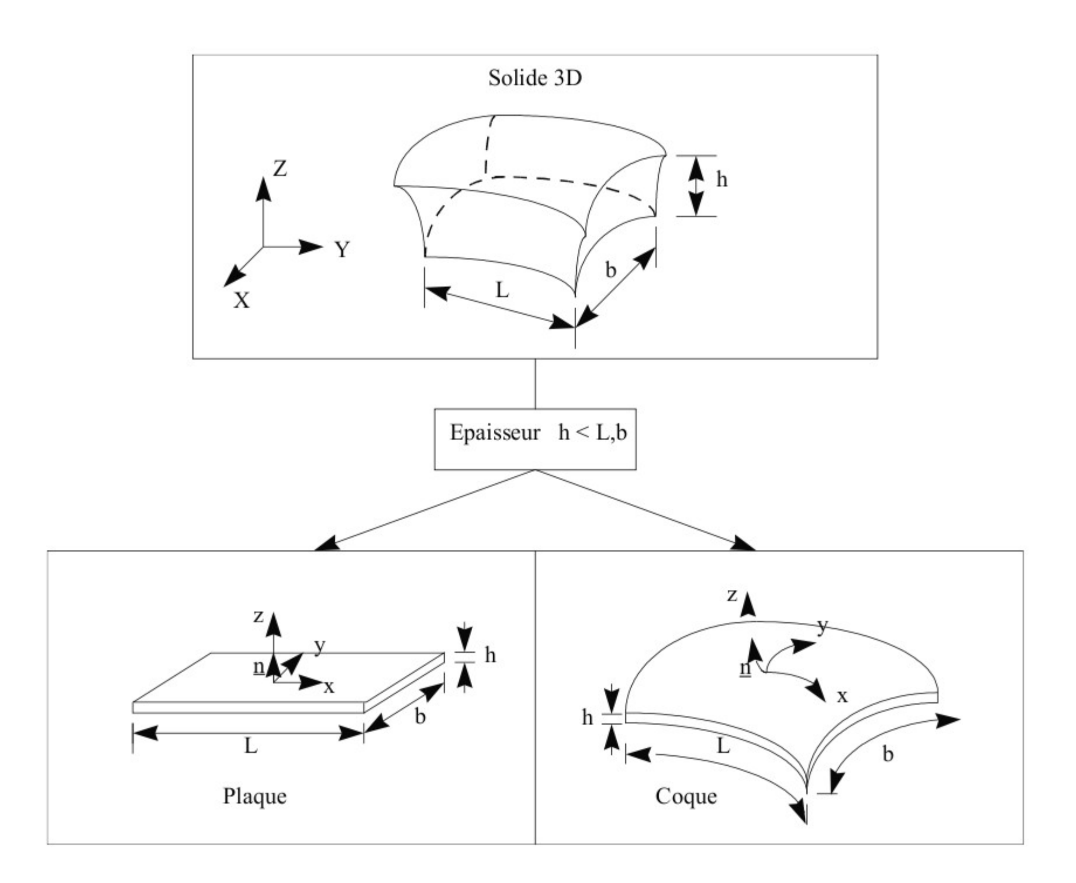


Figure 2.1.1.1-a : Hypothèse en théorie des plaques et des coques

On attache à la surface moyenne ω un repère local $Oxyz$ différent du repère global $OXYZ$. La position des points de la plaque ou de la coque est donnée par les coordonnées curvilignes (ξ_1, ξ_2) de la surface moyenne et l'élévation ξ_3 par rapport à cette surface. Pour les plaques le système de coordonnées curvilignes est un système de coordonnées cartésiennes locales.

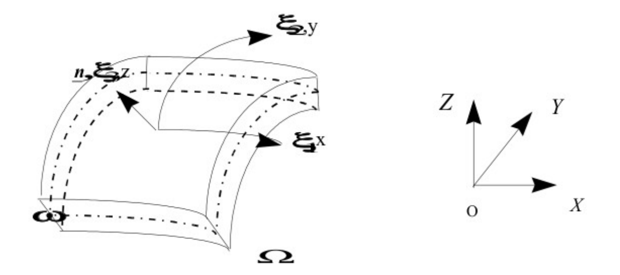


Figure 2.1.1.1-b : Définition d'une surface moyenne

Pour représenter des coques à symétrie de révolution autour d'un axe (`COQUE_AXIS`) ou des coques à géométrie invariante par translation (`COQUE_C_PLAN` en contraintes planes ou `COQUE_D_PLAN` en déformations planes), la connaissance de la section de révolution ou de la trace de la surface moyenne est suffisante, comme la figure [Figure 2.1.2.1-a] nous le montre. Ces coques s'appuient sur un maillage linéique et en un point m de la surface moyenne on définit un repère local (n,t,e_z) par :

$$t=\frac{Om_{,s}}{\|Om_{,s}\|}\;,\;n\wedge t=e_z$$

Lorsque l'on souhaite modéliser un solide de forme quelconque (non plan), on peut utiliser des éléments de coques pour rendre compte de la courbure, ou bien des éléments de plaques. Dans ce dernier cas, la géométrie est approximée par un réseau de facettes.

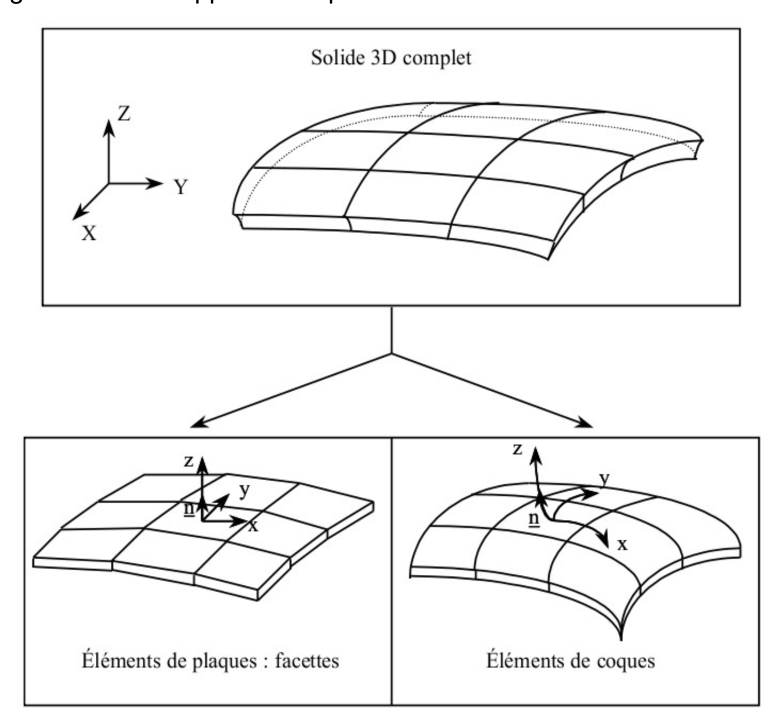


Figure 2.1.1.1-c : Modélisation d'un solide 3D quelconque par des éléments de plaques ou coques

Pour la définition du repère intrinsèque, on renvoie à [U4.74.01] paragraphe 3.4.

2.1.1.2 Géométrie des éléments coques volumiques SHB

Les éléments coques volumiques SHB sont des éléments de géométrie tridimensionnelle continue dans lesquels une direction privilégiée, appelée épaisseur, a été choisie. Cette épaisseur est, en général, petite par rapport aux autres dimensions de la structure à modéliser. Cette direction de l'épaisseur est définie par la façon de mailler. En général, on a besoin de deux surfaces pour générer un volume tridimensionnel. La direction qui est perpendiculaire à ces deux surfaces est la direction de l'épaisseur. Ces éléments peuvent ainsi être utilisés pour modéliser les structures minces et pour prendre en compte les phénomènes qui se développent dans l'épaisseur dans le cadre de la mécanique des milieux continus tridimensionnelle. En approche linéaire, on a l'élément prismatique à six nœuds SHB6 et l'élément hexaédrique à huit nœuds SHB8. En approche quadratique, on a l'élément prismatique à quinze nœuds SHB15 et l'élément hexaédrique à vingt nœuds SHB20. La figure ci-dessous illustre ces différentes modélisations :

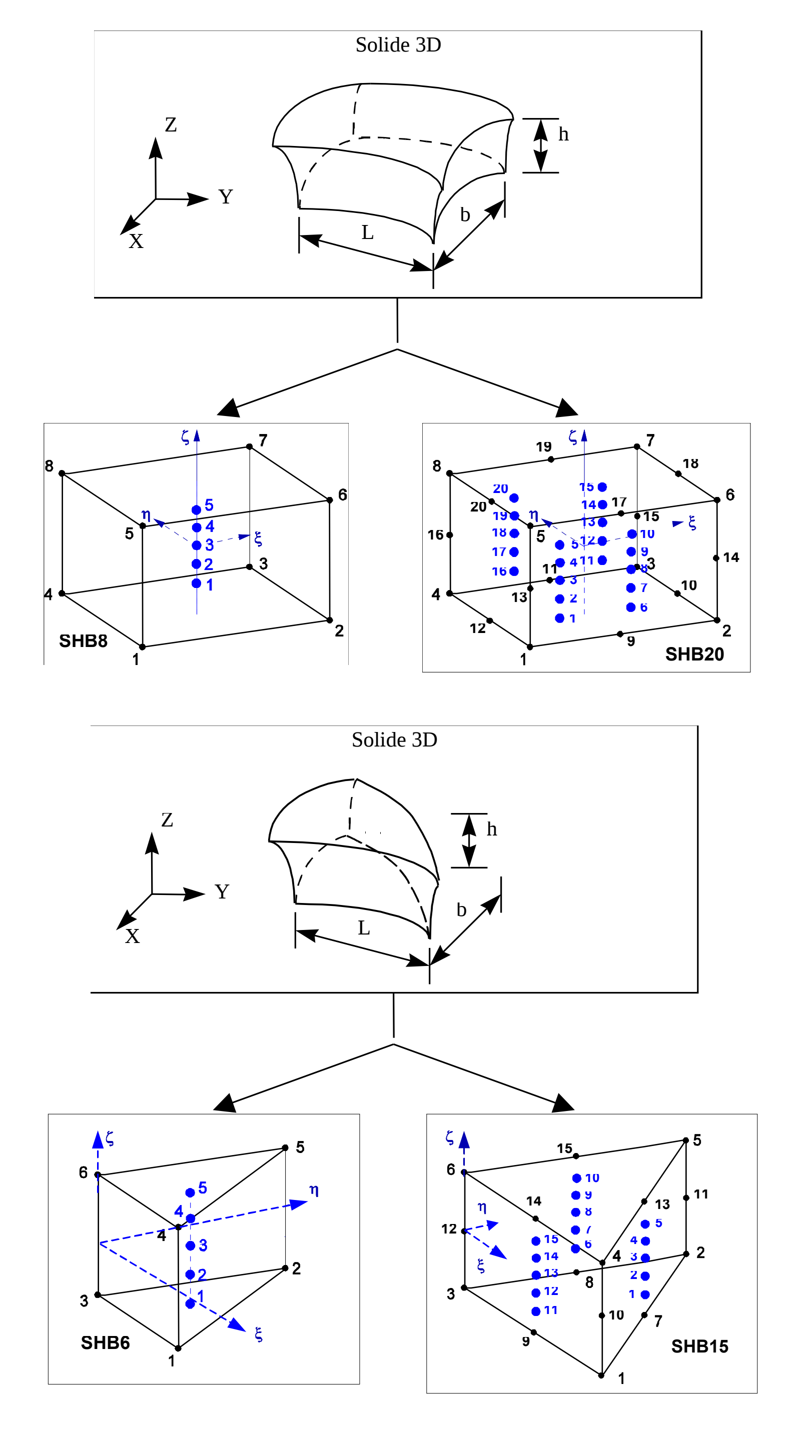


Figure 2.1.1.2-a : Géométries des éléments de référence et points d'intégration

2.1.2 Formulation des éléments plaque, coques et coques volumiques

2.1.2.1 Formulation en linéaire géométrique

Dans cette formulation, on suppose que les déplacements sont petits, on peut donc superposer la géométrie initiale et la géométrie déformée. Ces éléments (hors SHB) reposent sur la théorie des coques selon laquelle :

- les sections droites qui sont les sections perpendiculaires à la surface de référence restent droites; les points matériels situés sur une normale à la surface moyenne non déformée restent sur une droite dans la configuration déformée. Il résulte de cette approche que **les champs de déplacement varient linéairement dans l'épaisseur de la plaque ou de la coque**. Si l'on désigne par u , v et w les déplacements d'un point $q(x, y, z)$ suivant x , y et z , on a ainsi :

$$\begin{Bmatrix} u(x,y,z) \\ v(x,y,z) \\ w(x,y,z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \\ w(x,y) \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \beta_x(x,y) \\ \beta_y(x,y) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

  Le tenseur de déformation associé s'écrit alors :
  $\boldsymbol{\varepsilon}(x, y, z) = \boldsymbol{e}(x, y) + \boldsymbol{\gamma}(x, y) + z.\boldsymbol{\chi}(x, y)$.

  Le premier terme $\boldsymbol{e}$ comprend les déformations de membrane (pour un élément de plaque ce sont les déformations dans le plan de l'élément), le second $\boldsymbol{\gamma}$ celles de cisaillement transversal, et le troisième $z.\boldsymbol{\chi}$ les déformations de flexion, associées au tenseur de courbure $\boldsymbol{\chi}$. Pour les plaques ou les coques épaisses les cisaillements transverses $\boldsymbol{\gamma}$ sont pris en compte suivant la formulation proposée par Reissner, Hencky, Bollé, Mindlin. Cette formulation englobe l'approche sans cisaillement transverse, où le tenseur $\boldsymbol{\gamma}$ est nul, développée par Kirchhoff pour les plaques ou les coques minces selon laquelle les points matériels situés sur une normale $\boldsymbol{n}$ à la surface moyenne non déformée restent sur la normale à la surface déformée.

- **La contrainte transversale** σ_{zz} **est nulle** car considérée comme négligeable par rapport aux autres composantes du tenseur des contraintes (hypothèse des contraintes planes).

- On ne décrit pas la variation de l'épaisseur ni celle de la déformation transversale ε_{zz} que l'on peut calculer en utilisant l'hypothèse précédente de contraintes planes.

- La prise en compte du cisaillement transverse dépend de facteurs de correction déterminés a priori par des équivalences énergétiques avec des modèles 3D, de façon à ce que la rigidité en cisaillement transverse du modèle de plaque soit la plus proche possible de celle définie par la théorie de l'élasticité tridimensionnelle. Pour les plaques homogènes, le facteur de correction de cisaillement transverse basé sur cette méthode est $k=5/6$.

Remarque :

> *La détermination des facteurs de correction repose pour Mindlin sur des équivalences de fréquence propre associée au mode de vibration par cisaillement transverse. On obtient alors* $k=\pi^2/12$ *, valeur très proche de* $5/6$ *.*

Ces éléments font intervenir localement :

- Cinq variables cinématiques pour les éléments plaques et coques quelconques ; les déplacements de membrane u et v dans le plan de référence $z=0$, le déplacement transversal w et les rotations β_x et β_y de la normale à la surface moyenne dans les plans yz et xz respectivement.

* Trois variables cinématiques pour les éléments linéiques ; les déplacements u et v dans le plan de référence $z=0$ et la rotation β_n de la normale à la surface moyenne dans le plan xy.

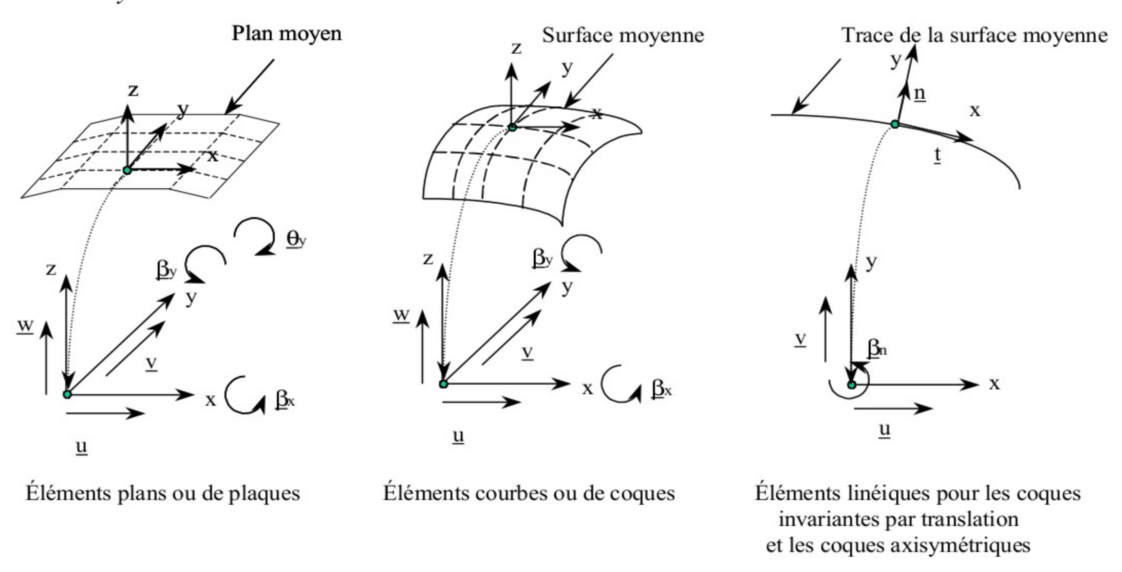


Figure 2.1.2.1-a : Variables cinématiques pour les différents éléments de plaques et de coques

* Trois efforts résultants de membrane notés Nxx, Nyy, Nxy et trois moments de flexion notés Mxx, Myy, Mxy quel que soit l'élément de plaque ou de coque ; deux efforts tranchants notés Vx et Vy dans le cas des éléments de plaques et de coques quelconques.

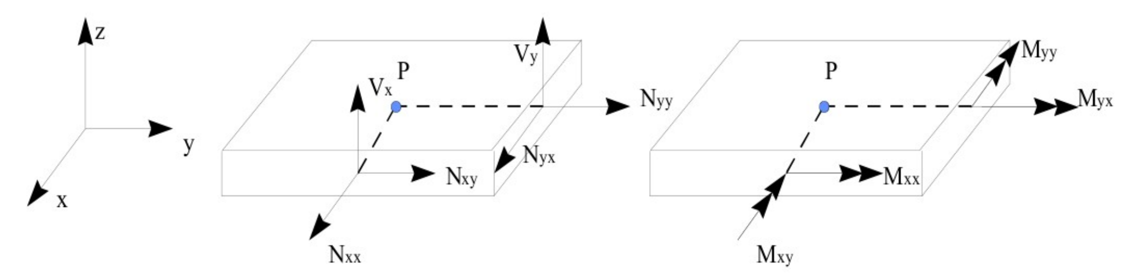


Figure 2.1.2.1-b : Efforts résultants pour un élément de plaque ou de coque

2.1.2.2 Formulation en non-linéaire géométrique, Flambement d'Euler

Dans la formulation en **non-linéaire géométrique**, on est en présence de grands déplacements et de grandes rotations, on ne peut pas superposer la géométrie initiale et la géométrie déformée.

La formulation, décrite dans la documentation de référence [R3.07.05], est basée sur une approche de milieu continu 3D, dégénérée par l'introduction de la cinématique de coque de type Hencky-Mindlin-Naghdi en contraintes planes dans la formulation faible de l'équilibre. La mesure des déformations retenues est celle de Green-Lagrange, énergiquement conjuguées aux contraintes de Piola-Kirchhoff de deuxième espèce. La formulation de l'équilibre est donc une formulation Lagrangienne totale. Le cisaillement transverse est traité de la même manière que dans le cas linéaire [R3.07.04].

L'élément retenu en non-linéaire est un élément de coque volumique (`COQUE_3D`) de surface moyenne courbe tel que présenté au paragraphe précédent, dont les mailles supports sont des `QUAD9` et des `TRIA7`.

Il est possible d'appliquer sur ces éléments des pressions suiveuses, dont la formulation est décrite dans le document de référence [R3.03.07]. Ce chargement à la particularité de suivre la géométrie de la structure au cours de sa déformation (par exemple, la pression hydrostatique reste toujours perpendiculaire à la géométrie déformée).

Le flambement linéaire appelé aussi **flambement d'Euler**, décrit dans la documentation de référence [R3.07.05], se présente comme un cas particulier du problème non-linéaire géométrique. Il est basé sur une dépendance linéaire des champs de déplacements, de déformations et de contraintes par rapport au niveau de charge.

L'élément retenu en flambement linéaire est l'élément de coque volumique (`COQUE_3D`) de surface moyenne courbe tel que présenté au paragraphe précédent, dont les mailles supports sont des `QUAD9` et des `TRIA7`.

2.1.3 Formulation des éléments coques volumiques `SHB`

Les éléments coques volumiques `SHB (SHB6, SHB8, SHB15 et SHB20)` sont iso-paramétriques. Leurs formulations sont établies en s'appuyant sur les mailles 3D volumiques standards (successivement penta6, hexa8, penta15 et hexa20) avec seulement 3 degrés de liberté de déplacement à chaque nœud de l'élément.

Les formulations des ces éléments sont décrites dans les documentation de référence [R3.07.07] et [R3.07.08]. Les quatre éléments `SHB` reposent sur des formulations sous-intégrées. L'idée de base consiste tout d'abord à s'assurer qu'il y a suffisamment de points de Gauss dans l'épaisseur pour représenter correctement le phénomène de flexion, puis à calculer des rigidités de stabilisation de manière adaptative suivant l'état plastique de l'élément. Cela représente une amélioration certaine par rapport aux formulations classiques pour les forces de stabilisation, car ces dernières reposent sur une stabilisation élastique qui devient trop rigide lorsque les effets de la plasticité dominent la réponse de la structure.

Le principe des formulations des éléments `SHB` est assez identique, mais il existe quelques différences entre les éléments :

- l'élément `SHB8` est sous-intégré par cinq points de Gauss disposés dans la direction de l'épaisseur et stabilisé par l'introduction d'un champ de déformation postulée « assumed strain » ;
- l'élément `SHB6` est aussi sous-intégré par cinq points de Gauss disposés dans la direction de l'épaisseur. Cet élément ne présentant pas de mode de hourglass, la stabilisation n'est donc pas nécessaire. Pour améliorer sa rapidité de convergence, on introduit des modifications de type « assumed strain » sur l'opérateur gradient discrétisé de l'élément ;
- les éléments quadratiques `SHB15` et `SHB20` sont sous-intégrés respectivement par quinze et vingt points de Gauss dans la direction de l'épaisseur. Ils n'ont pas besoin de stabilisation ou modification de type « assumed strain ».

En non-linéaire géométrique, les éléments SHB sont traités dans le cas de grands déplacements, rotations faibles et petites déformations. On adopte pour cela une formulation lagrangienne mise à jour. Dans le cas des petits déplacements, on confond géométrie en début et fin de pas, contrainte de Cauchy et de Piola Kirchoff 2, de plus on utilise l'expression linéaire des déformations.

Une particularité des éléments SHB est que la matrice de comportement élastique C est choisie sous la forme suivante (écrite dans les repères locaux):

$$C=\begin{bmatrix} \bar{\lambda}+2\mu & \bar{\lambda} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\lambda} & \bar{\lambda}+2\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}$$

où E est le module d'Young, ν le coefficient de Poisson, $\mu=\frac{E}{2(1+\nu)}$ le module de cisaillement et $\bar{\lambda}=\frac{E\nu}{1-\nu}$ le coefficient de Lamé modifié. Cette loi est spécifique aux éléments SHB . Elle ressemble à celle que l'on aurait dans le cas de l'hypothèse des contraintes planes, mis à part le terme $(3,3)$. On peut noter que ce choix entraîne un comportement anisotropique artificiel. Ce choix permet de satisfaire tous les tests sans introduire de blocage.

En non-linéaire matériau, une méthode de construction particulière de la matrice tangente C^T est utilisée. Elle consiste à supposer d'abord que l'élément est en état de contrainte plane dans le repère local de chaque point de Gauss et les déformations hors plan sont élastiques. Cela entraîne alors immédiatement que les déformations totales hors plan sont égales aux déformations élastiques. Appelons C^{CPT} la matrice tangente en contraintes planes. La matrice de comportement tangente pour le comportement choisi est évidente et s'écrit :

$$C^T=\begin{bmatrix} C^{CPT}_{xxxx} & C^{CPT}_{xxyy} & 0 & C^{CPT}_{xxxy} & 0 & 0 \\ C^{CPT}_{xyyx} & C^{CPT}_{yyyy} & 0 & C^{CPT}_{yyxy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 & 0 & 0 \\ C^{CPT}_{xyxx} & C^{CPT}_{xyyy} & 0 & C^{CPT}_{xyxy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}$$

Ensuite, les contraintes hors plan sont calculées de façon élastique. Cette méthode permet ainsi de connecter les éléments SHB à toutes les lois de comportement disponibles dans *Code Aster* .

2.1.4 Comparaison entre les éléments

2.1.4.1 Les différences entre les éléments plaques, coques et coques volumiques SHB

Les éléments de coque sont des éléments courbes alors que les éléments de plaques sont plans. La variation de métrique de la géométrie (c'est-à-dire son rayon de courbure) en fonction de son épaisseur est prise en compte pour les éléments de coques mais pas pour les éléments de plaques. Cette variation de métrique implique un couplage entre les effets de membrane et de flexion pour des structures non planes qui ne peut pas être observé avec des éléments de plaque plan pour un matériau homogène (voir [bib1]).

Le choix des fonctions de forme pour la discrétisation de ces éléments est différent car les éléments de coques courbes ont un nombre de degrés de liberté plus important. Ainsi, les éléments de plaques sont des éléments linéaires en membrane alors que les éléments de coques sont quadratiques.

Les éléments coques volumiques SHB s'appuient sur des mailles 3D. Il n'y a pas ainsi de problèmes de raccord avec les éléments solides 3D. Donc, les éléments SHB sont utilisables pour modéliser des structures minces qui coexistent avec les éléments solides 3D. En plus, il est plus pratique d'utiliser les éléments SHB pour modéliser des structures dont l'épaisseur varie continument. La discrétisation des éléments SHB est soit linéaire pour SHB6 et SHB8, soit quadratique pour SHB15 et SHB20 .

2.1.4.2 Les différences entre les éléments plaques

On distingue les éléments avec cisaillement transversal (DST, DSQ et Q4G) des éléments sans cisaillement transversal (DKT et DKQ). Les éléments DST et DKT ont des mailles support triangulaires à 3 nœuds ($3\times5=15$ degrés de liberté) et les éléments DKQ, DSQ et Q4G des mailles supports quadrangulaires à 4 nœuds ($4\times5=20$ degrés de liberté).

Remarque importante :

> *Pour les éléments de plaque à 4 nœuds (DSQ , DKQ et Q4G), les 4 nœuds doivent être coplanaires pour que la théorie des plaques puisse être validée. Cette vérification est effectuée systématiquement par Code_Aster, et l'utilisateur est alarmé dans le cas où l'un des éléments du maillage ne respecte pas cette condition.*

Dans le cas des éléments avec cisaillement transversal, pour éviter le blocage des éléments en cisaillement transverse (surestimation de la rigidité pour des épaisseurs très faibles), une méthode consiste à construire des champs de cisaillement de substitution constants sur les bords de l'élément, dont la valeur est l'intégrale du cisaillement sur le bord en question. Dans le *Code_Aster*, les éléments de plaque et coque avec du cisaillement transverse utilisent cette méthode de façon à ne pas bloquer en cisaillement transverse. Ce blocage en cisaillement vient du fait que l'énergie élastique de cisaillement est un terme proportionnel à h (h étant l'épaisseur de la plaque ou de la coque) bien plus grand que le terme d'énergie élastique de flexion qui est proportionnel en h^3 . Quand l'épaisseur devient faible devant la longueur caractéristique (le rapport h/L est inférieur à $1/20$), pour certaines fonctions de forme, la minimisation du terme prépondérant en h conduit à une mauvaise représentation des modes de flexion pure, pour lesquels la flèche n'est plus calculée correctement (voir [bib1] page 295 avec $h/L=0.01$).

L'élément Q4G est un élément quadrilatéral à quatre nœuds sans blocage en cisaillement transverse, avec des fonctions de forme bilinéaires en x et y pour représenter w , β_x et β_y .
La principale différence entre la modélisation Q4G et DST vient du fait que l'on utilise pour cette dernière des fonctions de forme incluant un terme quadratique pour discrétiser les rotations β_s où $s=(x,y)$.
La conséquence pour l'élément Q4G est une approximation constante par morceaux des courbures qui implique de mailler suffisamment fin dans les directions sollicitées en flexion.

Remarque sur l'élément DST :

Des problèmes ont été mis en évidence sur l'élément triangulaire DST dans le cas de chargement en flexion. Les résultats à maillage équivalent sont nettement moins bons que ceux du DSQ et dépendent fortement de la nature du maillage (voir cas-test ssls141 modélisations E et F V3.03.141). On conseille aux utilisateurs :
- *de préférer l'élément DSQ à l'élément DST*
- *sur les DST de préférer les maillages libres aux maillages réglés (résultats meilleurs)*
- *d'éviter les maillages disymétriques par rapport au chargement (s'il existe des symétries)*

2.1.4.3 Les différences entre les éléments coques

On distingue les éléments de coques linéiques COQUE_C_PLAN, COQUE_D_PLAN et axisymétrique COQUE_AXIS des éléments de COQUE_3D.

Les premiers sont utilisés pour modéliser des structures invariantes selon l'axe Oz ou de révolution d'axe Oy et les seconds dans tous les autres cas. Dans le cas des coques invariantes suivant la direction z, on distingue les coques libres en z (contraintes planes COQUE_C_PLAN) des coques bloquées en z (déformations planes COQUE_D_PLAN). Pour ces éléments de coques, les mailles supports sont linéiques à 3 nœuds. Le nombre de degrés de liberté de ces éléments est de 9.

Les éléments de coques quelconques COQUE_3D ont des mailles support triangulaires à 7 nœuds ou quadrangulaires à 9 nœuds :

- Dans le cas de mailles triangulaires, le nombre de degrés de liberté pour les translations est 6 (les inconnues sont les déplacements aux nœuds sommets et sur les milieux des côtés du triangle) et celui des rotations est 7 (les inconnues sont les 3 rotations aux points précédents et au centre du triangle). Le nombre de degrés de liberté total de l'élément est donc de $Nddle=3\times 6+3\times 7=39$.

- Dans le cas de mailles quadrangulaires à 9 nœuds, le nombre de degrés de liberté pour les translations est 8 (les inconnues sont les déplacements aux nœuds sommets et sur les milieux des côtés du quadrangle) et celui des rotations est 9 (les inconnues sont les 3 rotations aux points précédents et au centre du quadrangle). Le nombre de degrés de liberté total de l'élément est donc de $Nddle=3\times 8+3\times 9=51$. Ces éléments ont donc à peu près deux fois plus de degrés de liberté que les éléments de plaque de la famille DKT correspondants. Leur coût en temps, à nombre égal, dans un calcul sera donc plus important.

Les éléments de COQUE_3D prennent en compte automatiquement la correction de métrique entre la surface moyenne et les surfaces supérieure et inférieure. Pour les éléments linéiques, cette correction doit être activée par l'utilisateur (voir le paragraphe 17). La correction de métrique apporte une contribution en h/L à la contrainte et en $(h/L)^2$ en déplacement (voir [V7.90.03]). Pour les plaques cette correction est sans objet.

Pour les éléments de coques le coefficient de correction de cisaillement k en comportement isotrope peut être modifié par l'utilisateur. Ce coefficient de correction de cisaillement est donné dans AFFE_CARA_ELEM sous le mot-clé A_CIS. Par défaut, si l'utilisateur ne précise rien dans AFFE_CARA_ELEM cela revient à utiliser la théorie avec cisaillement de REISSNER ; le coefficient de cisaillement est alors mis à $k=5/6$. Si le coefficient de cisaillement k vaut 1 on se place dans le cadre de la théorie de HENCKY-MINDLIN-NAGHDI et s'il devient très grand ($k>10^{6\cdot} h/L$) on se rapproche de la théorie de LOVE-KIRCHHOFF.

En pratique il est conseillé de ne pas changer ce coefficient. En effet, ces éléments fournissent une solution physiquement correcte, que la coque soit épaisse ou mince, avec le coefficient $k=5/6$.

Tous les éléments de coque présents dans *Code_Aster* sont protégés contre le verrouillage en cisaillement comme les éléments de plaques (voir §2.1.4.2). On utilise pour cela une intégration sélective [R3.07.03].
Cependant cette propriété est perdue si l'on projette un champ de déplacement sur un élément de coque à partir d'un calcul sur un élément de plaque (avec la commande PROJ_CHAMP). Il ne faut pas s'étonner des contraintes de cisaillement obtenues ensuite par un calcul linéaire à partir des déplacements (pour de faibles épaisseurs).

2.1.4.4 La différence entre les coques volumiques SHB

Les éléments SHB ont des mailles support et des formulations différentes :

- l'élément SHB6 a pour maille support le pentaèdre à six nœuds. Sa formulation est linéaire. Son opérateur gradient discrétisé est modifié pour améliorer sa vitesse de convergence ;

- l’élément SHB8 a pour maille support l’hexaèdre à huit nœuds. Sa formulation est linéaire. Il est stabilisé par méthode « assumed strain » pour avoir de bonnes performances ;
- l’élément SHB15 a pour maille support le pentaèdre à quinze nœuds. Sa formulation est quadratique. Il n’a pas de stabilisation;
- l’élément SHB20 a pour maille support l’hexaèdre à vingt nœuds. Sa formulation est quadratique. Il n’a pas de stabilisation.

2.2 Commandes à utiliser

2.2.1 Discrétisation spatiale et affectation d’une modélisation : opérateur AFFE_MODELE

Dans cette partie, on décrit le choix et l’affectation d’une des modélisations plaque ou coque ainsi que les degrés de liberté et les mailles associées. La plupart des informations décrites sont extraites des documentations d’utilisation des modélisations ([U3.12.01] : Modélisation DKT - DST - Q4G, [U3.12.02] : Modélisations COQUE_C_PLAN, COQUE_D_PLAN, COQUE_AXIS, [U3.12.05] : Modélisation SHB8).

2.2.1.1 Degrés de libertés

Les degrés de liberté de discrétisation sont en chaque nœud de la maille support les composantes de déplacement aux nœuds de la maille support, sauf indication.

Modélisation	Degrés de liberté (à chaque nœud)	Remarques
COQUE_3D	DX DY DZ DRX DRY DRZ DRX DRY DRZ au nœud central	Les nœuds appartiennent au feuillet moyen de la coque
DKT, DKTG	DX DY DZ DRX DRY DRZ	Les nœuds appartiennent à la facette tangente au feuillet moyen de la coque
DST	DX DY DZ DRX DRY DRZ	Les nœuds appartiennent à la facette tangente au feuillet moyen de la coque
Q4G	DX DY DZ DRX DRY DRZ	Les nœuds appartiennent à la facette tangente au feuillet moyen de la coque
Q4GG	DX DY DZ DRX DRY DRZ	Les nœuds appartiennent à la facette tangente au feuillet moyen de la coque
COQUE_C_PLAN	DX DY DRZ	Les nœuds appartiennent à la surface moyenne de la coque
COQUE_D_PLAN	DX DY DRZ	Les nœuds appartiennent à la surface moyenne de la coque
COQUE_AXIS	DX DY DRZ	Les nœuds appartiennent à la surface moyenne de la coque
GRILLE_EXCENTRE	DX DY DZ DRX DRY DRZ	Les nœuds appartiennent à la facette tangente au feuillet moyen de la coque.
SHB8	DX DY DZ	Degré de liberté à tous les nœuds.
GRILLE_MEMBRANE	DX DY DZ	Degré de liberté à tous les nœuds.
MEMBRANE	DX DY DZ	Degré de liberté à tous les nœuds.

2.2.1.2 Mailles support des matrices de rigidité

Modélisation	Maille	Élément fini	Remarques
COQUE_3D	TRIA7 QUAD9	MEC3TR7H MEC3QU9H	Mailles non supposées planes
DKT, DKTG	TRIA3 QUAD4	MEDKTR3 MEDKQU4	Mailles planes
DST	TRIA3 QUAD4	MEDSTR3 MEDSQU4	Mailles planes
Q4G,	QUAD4	MEQ4QU4	Mailles planes
Q4GG	QUAD4	MEQ4GG4	Mailles planes

	TRIA3	MET3GG3	
COQUE_C_PLAN	SEG3	METCSE3	Mailles non supposées planes
COQUE_D_PLAN	SEG3	METDSE3	Mailles non supposées planes
COQUE_AXIS	SEG3	MECXSE3	Mailles non supposées planes
GRILLE_EXCENTRE	TRIA3, QUAD4	MEGCTR3 MEGCQU4	Mailles planes
GRILLE_MEMBRANE	TRIA3, QUAD4, TRIA6, QUAD8	MEGMTR3 MEGMQU4 MEGMTR6 MEGMQU8	Mailles surfaciques quelconques
MEMBRANE	TRIA3, QUAD4, TRIA6, QUAD8	MEMBTR3 MEMBQU4 MEMBTR6 MEMBQU8	Mailles surfaciques quelconques
SHB8	PENTA6 HEXA8 PENTA15 HEXA20	MECA_SHB6 MECA_SHB8 MECA_SHB15 MECA_SHB20	Mailles 3D Mailles 3D Mailles 3D Mailles 3D

La modélisation GRILLE_EXCENTRE utilisée pour modéliser les structures en béton armé a les mêmes caractéristiques de maillage que la modélisation DKT

Remarque :

Dans un maillage, pour transformer des mailles TRIA6 en mailles TRIA7, ou QUAD8 en mailles QUAD9 , on peut utiliser l'opérateur MODI_MAILLAGE .

2.2.1.3 Mailles support des chargements

Tous les chargements applicables aux facettes des éléments utilisés ici sont traités par discrétisation directe sur la maille support de l'élément en formulation déplacement. La pression et les autres forces surfaciques ainsi que la pesanteur sont des exemples de chargements s'appliquant directement sur les facettes. Aucune maille spéciale de chargement n'est donc nécessaire pour les faces des éléments de plaques, de coques. Les éléments SHB ont les mêmes éléments de bord que les éléments 3D standards.

Pour les chargements applicables sur les bords des éléments, on a :

Modélisation	Maille	Élément fini	Remarques
COQUE_3D	SEG3	MEBOCQ3	
DKT, DKTG	SEG2	MEBODKT	
DST	SEG2	MEBODST	
Q4G	SEG2	MEBOQ4G	
Q4GG	SEG2	MEBOQ4G	
COQUE_C_PLAN	POI1		Mailles supports réduites à 1 point
COQUE_D_PLAN	POI1		Mailles supports réduites à 1 point
COQUE_AXIS	POI1		Mailles supports réduites à 1 point
GRILLE_EXCENTRE, GRILLE_MEMBRANE, MEMBRANE			Pas d'élément de bord affecté par ces modélisations.
SHB8	QUA4 TRI3 QUA8 TRI6 SEG2 SEG3	MECA_FACE4 MECA_FACE3 MECA_FACE8 MECA_FACE6 MECA_ARETE2 MECA_ARETE3	

Les forces réparties, linéiques, de traction, de cisaillement, les moments fléchissant appliqués sur les bords de structures coque entrent dans cette catégorie de chargements.

2.2.1.4 Modèle : AFFE_MODELE

L'affectation de la modélisation passe par l'opérateur AFFE_MODELE [U4.41.01].

AFFE_MODELE		Remarques
AFFE		
PHENOMENE :	'MECANIQUE'	
MODELISATION	'COQUE_3D'	
	'DKT'	
	'DST'	
	'DKTG'	
	'Q4G'	
	'Q4GG'	
	'COQUE_C_PLAN'	
	'COQUE_D_PLAN'	
	'COQUE_AXIS'	
	'GRILLE_MEMBRANE'	
	'GRILLE_EXCENTRE'	
	'MEMBRANE'	
	'SHB8'	

Remarque :

Il est prudent de vérifier le nombre d'éléments affectés.

2.2.2 Caractéristiques élémentaires : AFFE_CARA_ELEM

Dans cette partie, les opérandes caractéristiques des éléments de plaques et de coques sont décrites. La documentation d'utilisation de l'opérateur AFFE_CARA_ELEM est [U4.42.01].

AFFE_CARA_ELEM		COQUE_3D	DKT	DKTG	DST	Q4G	Q4GG	COQUE_C_PLAN COQUE_D_PLAN COQUE_AXIS
COQUE		•	•	•	•	•	•	•
	EPAIS	•	•	•	•	•	•	•
	/ ANGL_REP / VECTEUR	•	•	•	•	•	•	
	A_CIS	•						•
	COEF_RIGI_DRZ	•	•	•	•	•	•	•
	EXCENTREMENT		•		•			
	INER_ROTA		•	•	•	•	•	
	MODI_METRIQUE	•						•
	COQUE_NCOU	•	•					•

AFFE_CARA_ELEM		GRILLE_EXCENTRE	GRILLE_MEMBRANE
GRILLE		•	•
	SECTION	•	•
	/ ANGL_REP / AXE, ORIG_AXE	•	•
	EXCENTREMENT	•	
	COEF_RIGI_DRZ		

AFFE_CARA_ELEM		**MEMBRANE**
MEMBRANE		
	/ ANGL_REP / AXE, ORIG_AXE	•

Les caractéristiques pouvant être affectées sur les éléments de plaque ou de coque sont :

- L'épaisseur EPAIS constante sur chaque maille, puisque le maillage ne représente que le feuillet moyen.
- Le coefficient de correction du cisaillement transverse A_CIS pour les coques courbes isotropes.
- La prise en compte de la correction de métrique MODI_METRIQUE entre la surface moyenne et les surfaces supérieure et inférieure (effective uniquement pour les COQUE_C_PLAN, COQUE_D_PLAN, COQUE_AXIS).
- Une direction de référence permettant de définir un repère local dans le plan tangent en tout point d'une coque. La construction du repère local se fait soit à l'aide des deux angles « nautiques » α et β (fournis en degrés) qui définissent un vecteur $\boldsymbol{v}$ dont la projection sur le plan tangent à la coque fixe la direction x_l. soit , si le mot clef VECTEUR est présent, par les 3 composantes du vecteur $\boldsymbol{v}$ On peut définir un unique vecteur V pour toute la structure, ou bien un par zone (mots clés GROUP_MA / MAILLE). La construction du repère local est définie dans AFFE_CARA_ELEM [U4.42.01]. On appellera par la suite ce repère local **repère utilisateur**.
  La définition de cet axe de référence est utile également pour définir l'orientation des fibres d'une coque multicouche ou orthotrope (Cf. opérateur DEFI_COMPOSITE [U4.42.03]).
- Le nombre de couches COQUE_NCOU utilisées pour l'intégration dans l'épaisseur de la coque, dans les opérateurs STAT_NON_LINE et DYNA_NON_LINE (modélisations DKT, COQUE_3D, COQUE_AXIS, COQUE_C_PLAN, COQUE_D_PLAN).
- Une fonctionnalité de DEFI_GROUP permet de créer automatiquement un groupe de mailles dont la normale est comprise dans un angle solide donné, d'axe la direction de référence.

  Cette commande peut être utilisée en pré-traitement pour affecter des données matériau non isotropes ou en post-traitement après un calcul de coque.
- L'excentrement (constant pour tous les nœuds de la maille) EXCENTREMENT de chacune d'elles par rapport à la maille support. Cette distance est mesurée sur la normale de la maille support. Dans le cas excentré les inerties de rotation sont obligatoirement prises en compte et INER_ROTA est mis à OUI.
- COEF_RIGI_DRZ définit un coefficient de rigidité fictive (nécessairement petit) sur le degré de liberté de rotation autour de la normale à la coque. Il est nécessaire pour empêcher que la matrice de rigidité soit singulière, mais doit être choisi le plus petit possible. La valeur par défaut ($1.\mathrm{E}-5$) convient pour la plupart des situations (c'est une valeur relative : la rigidité autour de la normale est égale à KRZ fois le plus petit terme diagonal de la matrice de rigidité de l'élément).

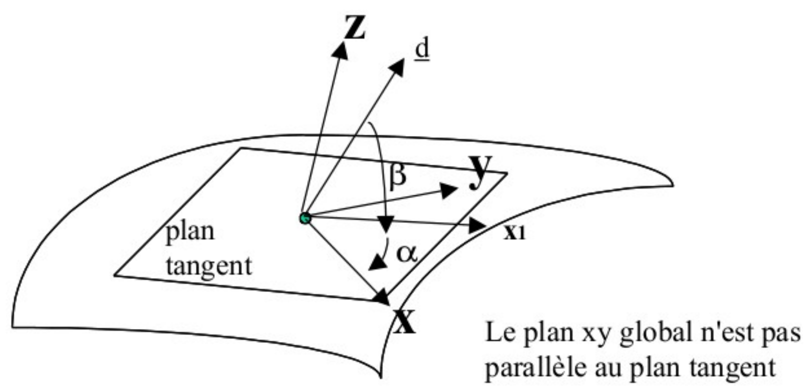


Figure 2.2.2-a : Repère global et plan tangent

Pour les modélisations GRILLE_EXCENTRE et GRILLE_MEMBRANE,
Les données géométriques suivantes sont nécessaires pour modéliser la nappe d'armatures :

- SECTION = S_1 : section des armatures dans la direction 1. La section est donnée par mètre linéaire. Elle correspond donc à la section cumulée sur une largeur de 1 mètre. S'il y a une section s tous les $20.0\mathrm{cm}$, la section cumulée est $5.s$.
- L'orientation des armatures est définie soit par
  - ANGL_REP, pour définir un vecteur projeté sur l'élément
  - soit dans le cas d'une coque cylindrique, par ORIG_AXE, AXE pour définir l'angle des armatures, constant dans un repère cylindrique.
- L'excentrement (constant pour tous les nœuds de la maille) de la nappe d'armatures par rapport à la maille support (distance mesurée sur la normale de la maille support), (modélisation GRILLE_EXCENTRE uniquement).
- COEF_RIGI_DRZ définit un coefficient de rigidité fictive (nécessairement petit) sur le degré de liberté de rotation autour de la normale à la coque. Il est nécessaire pour empêcher que la matrice de rigidité soit singulière, mais doit être choisi le plus petit possible. La valeur par défaut (1.E-5) convient pour la plupart des situations (c'est une valeur relative : la rigidité autour de la normale est égale à KRZ fois le plus petit terme diagonal de la matrice de rigidité de l'élément).

Pour définir une grille ou si la section des armatures dans le sens longitudinal et dans le transversal sont différents, il faut créer deux couches d'éléments (commande CREA_MAILLAGE, mot clé CREA_GROUP_MA), une couche d'élément pour la direction longitudinale et une deuxième couche d'éléments pour la direction transversale :

Pour la modélisation MEMBRANE, seule l'orientation du comportement de la membrane est nécessaire. Elle est définie soit par :

- ANGL_REP,pour définir un vecteur projeté sur l'élément
- soit dans le cas d'une coque cylindrique, par ORIG_AXE , AXE pour définir l'angle des armatures, constant dans un repère cylindrique.

Remarque importante :

Le sens des normales à chaque élément est un problème récurrent concernant l'utilisation de ce type d'élément, par exemple lorsque l'on applique des chargements de type pression, ou bien pour définir un excentrement ou un repère local.

Par défaut pour les éléments surfaciques l'orientation est donnée par le produit vectoriel 12^13 pour un triangle numéroté 123 (DKT,...) ou 1234567 (COQUE_3D) et 12^14 pour un quadrangle numéroté 1234 (DKQ,...) ou 123456789 (COQUE_3D). Pour les coques linéiques $\mathbf{n}$ est donnée par la formule du paragraphe 2.1.1.1 avec $\mathbf{t}$ orienté dans le sens de parcours de la maille au niveau du maillage.

Généralement, ces données sont accessibles en regardant dans le fichier de maillage, ce qui n'est pas très pratique pour l'utilisateur. En outre, il faut qu'il vérifie la cohérence de son maillage et s'assurer que toutes les mailles ont bien la même orientation.

L'utilisateur peut modifier automatiquement l'orientation des éléments du maillage en imposant une direction de normale, pour un maillage ou une partie de maillage utilisant des modélisations de coque et quelle que soit le type de modélisation. La réorientation des éléments se fait par le biais de l'opérateur ORIE_NORM_COQU de la commande MODI_MAILLAGE [U4.12.05]. Le principe est le suivant : on définit sous ORIE_NORM_COQU une direction par le biais d'un vecteur et un nœud appartenant au groupe de mailles à réorienter. Si le vecteur introduit n'est pas dans le plan de la maille sélectionnée par MODI_MAILLAGE, on en déduit automatiquement une direction de normale obtenue comme le vecteur donné moins sa projection sur le plan de la maille. Toutes les mailles du groupe connexes à celles initialement sélectionnée auront alors la même orientation de normale automatiquement. Par ailleurs une vérification automatique de la même orientation des mailles

connexes est effectuée par le biais de l'opérateur VERI_NORM de la commande AFFE_CHAR_MECA [U4.25.01].

Comme les coques, les éléments coques volumiques SHB ont une direction privilégiée, appelée épaisseur. Cette direction de l'épaisseur est définie par la façon de mailler. En général, on a besoin de deux surfaces pour générer un volume tridimensionnel. La direction qui est perpendiculaire à ces deux surfaces est la direction de l'épaisseur. Pour vérifier la bonne orientation des faces des éléments désignés (compatibilité avec la direction privilégiée), on utilise ORIE_SHB de l'opérateur MODI_MAILLAGE . Si l'orientation de l'élément n'est pas bonne, l'opérateur MODI_MAILLAGE renumérote les nœuds de l'élément.

2.2.3 Matériaux : DEFI_MATERIAU

La définition du comportement d'un matériau s'effectue à l'aide de l'opérateur DEFI_MATERIAU [U4.43.01].

DEFI_MATERIAU	COQUE_3D	DKT, DST, Q4G	DKTG, Q4GG	COQUE_C_PLAN COQUE_D_PLAN COQUE_AXIS	GRILLE_EXCENTRE, GRILLE_MEMBRANE	SHB8	MEMBRANE
ELASTICITE . LINEAIRE							
ELAS	•	•	•	•	•	•	
ELAS_ORTH ELAS_ISTR	•	•					
ELAS_COQUE		•					
ELAS_MEMBRANE							•

DEFI_MATERIAU	COQUE_3D	DKT	DST Q4G	DKTG	Q4GG	COQUE_C_PLAN COQUE_D_PLAN COQUE_AXIS	GRILLE_EXCENTRE GRILLE_MEMBRANE	SHB8	MEMBRANE
PAR COUCHE									
comportements disponibles en C_PLAN	•	•				•		•	
comportements disponibles en 1D							•		
GLRC_DAMAGE				•	•				
GLRC_DM, KIT_DDI				•					

Les matériaux utilisés avec l'ensemble des éléments plaques ou coques peuvent avoir des comportements élastiques en contraintes planes dont les caractéristiques linéaires sont constantes ou fonctions de la température.

Tous les comportements non linéaires en contraintes planes (soit directement, soit par la méthode de De Borst [R5.03.03]) sont disponibles pour les modélisations DKT, SHB8 et coques. Pour plus d'informations sur ces non linéarités on peut se reporter au paragraphe [§27].

Tous les comportements non linéaires en 1D (soit directement, soit par la méthode de De Borst) sont disponibles pour les modélisations GRILLE_EXCENTRE et GRILLE_MEMBRANE.

Les structures minces en matériaux composites ne peuvent être traitées actuellement que par les modélisations plaques, en utilisant DEFI_COMPOSITE avec des caractéristiques de matériaux homogénéisés. On peut aussi introduire directement les coefficients de rigidité des matrices de membrane, flexion et cisaillement avec ELAS_COQUE. Ces coefficients sont donnés dans le repère utilisateur de l'élément défini par ANGL_REP. Il est à noter que les termes de cisaillement ne sont pris en compte avec le comportement ELAS_COQUE que pour les éléments DST et Q4G. Ils ne sont pas pris en compte avec les éléments DKT.

Afin de faciliter la compréhension, nous avons représenté sur la figure ci-dessous les différents repères utilisés.

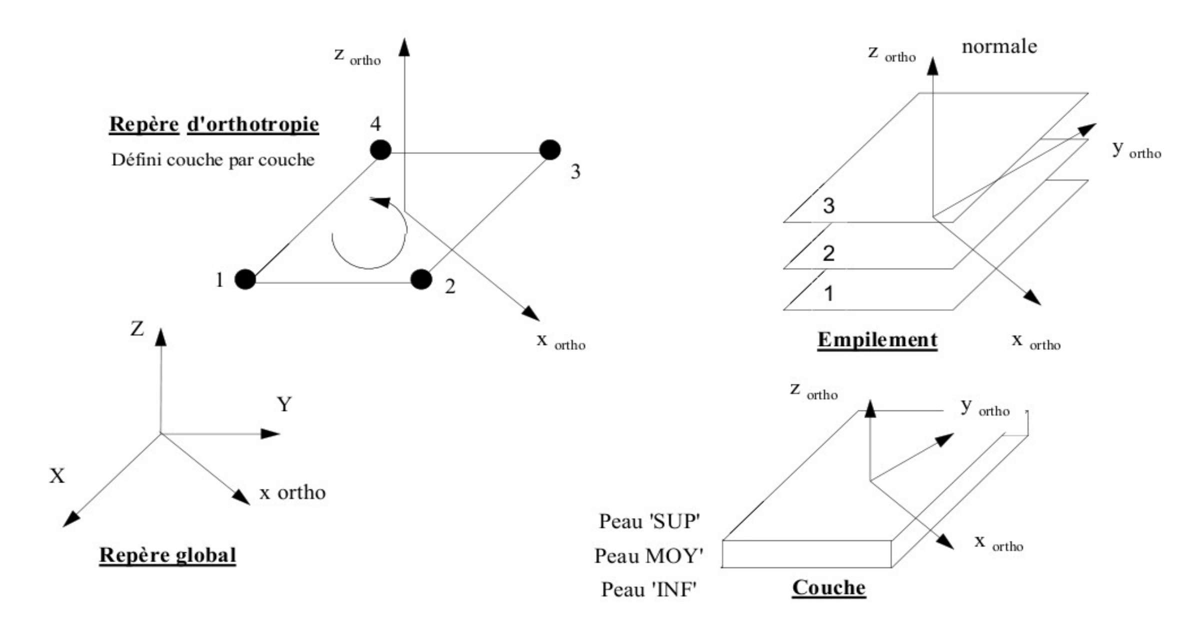


Figure 2.2.3-a : Repères utilisés pour la définition du matériau

L'exemple suivant est extrait du cas-test `SSLS117B` et illustre la syntaxe de `DEFI_COMPOSITE` :

```
MU2=DEFI_COMPOSITE(COUCHE=_F(EPAIS=0.2,
                             MATER=MAT1B,
                             ORIENTATION=0.0,),);
```

Dans cet exemple, on définit un composite multicouche d'épaisseur 0.2 , le matériau étant définit par `MAT1B`, et l'angle de la 1ère direction d'orthotropie (sens longitudinal ou sens des fibres) étant nul. On se reportera à la documentation [U4.42.03] pour plus de détails concernant l'utilisation de `DEFI_COMPOSITE`. (voir aussi [R4.01.01].

2.2.4 Chargements et conditions limites : AFFE_CHAR_MECA et AFFE_CHAR_MECA_F

L'affectation des chargements et des conditions aux limites sur un modèle mécanique s'effectue à l'aide de l'opérateur `AFFE_CHAR_MECA`, si les chargements et les conditions aux limites mécaniques sur un système sont des valeurs réelles ne dépendant d'aucun paramètre, ou bien `AFFE_CHAR_MECA_F`, si ces valeurs sont fonctions de la position ou de l'incrément de chargement.

La documentation d'utilisation d'`AFFE_CHAR_MECA` et `AFFE_CHAR_MECA_F` est [U4.44.01].

2.2.4.1 Liste des mot-clés facteur d' AFFE_CHAR_MECA

AFFE_CHAR_MECA	COQUE_3D	DKT, DKTG	DST	Q4G, Q4GG	COQUE_C_PLAN COQUE_D_PLAN COQUE_AXIS	GRILLE_*	SHB8
DDL_IMPO	•	•	•	•	•	•	•
FACE_IMPO	•	•	•	•	•	•	•
LIAISON_DDL	•	•	•	•	•	•	•
LIAISON_OBLIQUE	•	•	•	•	•	•	•
LIAISON_GROUP	•	•	•	•	•	•	•
CONTACT	•	•	•	•	•	•	•
LIAISON_UNIF	•	•	•	•	•	•	•
LIAISON_SOLIDE	•	•	•	•	•	•	•
LIAISON_ELEM	•	•	•	•			
LIAISON_COQUE	•	•	•	•	•	•	
FORCE_NODALE	•	•	•	•	•	•	•

DDL_IMPO	Mot clé facteur utilisable pour imposer, à des nœuds ou à des groupes de nœuds, une ou plusieurs valeurs de déplacement.
FACE_IMPO	Mot clé facteur utilisable pour imposer, à tous les nœuds d'une face définie par une maille ou un groupe de mailles, une ou plusieurs valeurs de déplacements (ou de certaines grandeurs associées).
LIAISON_DDL	Mot clé facteur utilisable pour définir une relation linéaire entre des degrés de liberté de deux ou plusieurs nœuds.
LIAISON_OBLIQUE	Mot clé facteur utilisable pour appliquer, à des nœuds ou des groupes de nœuds, la même valeur de déplacement définie composante par composante dans un repère oblique quelconque.
LIAISON_GROUP	Mot clé facteur utilisable pour définir des relations linéaires entre certains degrés de liberté de couples de nœuds, ces couples de nœuds étant obtenus en mettant en vis-à-vis deux listes de mailles ou de nœuds.
CONTACT	Mot clé facteur utilisable pour notifier des conditions de contact et de frottement entre deux ensembles de mailles.
LIAISON_UNIF	Mot clé facteur permettant d'imposer une même valeur (inconnue) à des degrés de liberté d'un ensemble de nœuds.
LIAISON_SOLIDE	Mot clé facteur permettant de modéliser une partie indéformable d'une structure.
LIAISON_ELEM	Mot clé facteur qui permet de modéliser les raccords d'une partie coque avec une partie poutre ou d'une partie coque avec une partie tuyau (voir paragraphe 2.2.4.5).
LIAISON_COQUE	Mot clé facteur permettant de représenter le raccord entre des coques au moyen de relations linéaires.
FORCE_NODALE	Mot clé facteur utilisable pour appliquer, à des nœuds ou des groupes de nœuds, des forces nodales, définies composante par composante dans le repère GLOBAL ou dans un repère oblique défini par 3 angles nautiques.

AFFE_CHAR_MECA particuliers	**COQUE_3D**	**DKT, DKTG**	**DST, Q4G**	**Q4GG**	**COQUE_C_PLAN COQUE_D_PLAN COQUE_AXIS**	**GRILLE_***	**SHB8**
FORCE_ARETE	•	•	•	•			•
FORCE_COQUE							
global	•	•	•	•	•		
pres	•	•	•	•	•		
local tangent	•	•	•	•	•		
PESANTEUR	•	•	•	•	•	•	•
PRES_REP	•	•	•	•	•		•
ROTATION	•				•		
PRE_EPSI		•	•	•		•	

FORCE_ARETE	Mot clé facteur utilisable pour appliquer des forces linéiques sur une arête d'un élément de coque. Pour les éléments linéiques l'équivalent revient à appliquer une force nodale aux nœuds supports de l'élément. Il n'y a donc pas de terme dédié particulier. En revanche, il nécessite des éléments de bords.
FORCE_COQUE	Mot clé facteur utilisable pour appliquer des efforts surfaciques (pression par exemple) sur des éléments définis sur tout le maillage ou sur une ou plusieurs mailles ou des groupes de mailles. Ces efforts peuvent être donnés dans le repère global ou dans un repère de référence défini sur chaque maille ou groupe de mailles; ce repère est construit autour de la normale à l'élément de coque et d'une direction fixe (voir paragraphe 2.2.2).
PESANTEUR	Mot clé facteur utilisable pour un chargement de type pesanteur.
PRES_REP	Mot clé facteur utilisable pour appliquer une pression sur une ou plusieurs mailles, ou des groupes de mailles.
ROTATION	Mot clé facteur utilisable pour calculer le chargement dû à la rotation de la structure.
PRE_EPSI	Mot clé facteur utilisable pour appliquer un chargement de déformation initiale.

Remarque :

> *Les efforts de pression s'exerçant sur les éléments de plaques peuvent s'appliquer soit par FORCE_COQUE (pres) soit par PRES_REP . L'utilisateur devra donc faire attention à ne pas appliquer deux fois le chargement de pression pour les éléments concernés, surtout dans les cas où les modélisations de plaques seraient mélangées avec d'autres modélisations utilisant PRES_REP .*

Par ailleurs il faut noter que les efforts de pression, que ce soit avec FORCE_COQUE (pres) ou PRES_REP sont tels qu'une pression positive agit dans le sens contraire à celui de la normale à l'élément. Par défaut, cette normale est dépendante du sens de parcours des nœuds d'un élément, ce qui n'est pas toujours très facile pour l'utilisateur.

En outre il faut que celui-ci s'assure que tous ces éléments sont orientés de la même manière. On conseille donc d'imposer l'orientation de ces éléments par le biais de l'opérateur ORIE_NORM_COQU de la commande MODI_MAILLAGE (voir paragraphe [§2.2.2]).

2.2.4.2 Liste des mot-clés facteur d' AFFE_CHAR_MECA_F

Les mot-clés facteur généraux de l'opérateur AFFE_CHAR_MECA_F sont identiques à ceux de l'opérateur AFFE_CHAR_MECA présentés ci-dessus.

AFFE_CHAR_MECA_F particuliers	**COQUE_3D**	**DKT, DKTG**	**DST**	**Q4G, Q4GG**	**COQUE_C_PLAN COQUE_D_PLAN COQUE_AXIS**
FORCE_ARETE	•	•	•	•	
FORCE_COQUE global pres local tangent	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •

Les chargements de pression fonctions de la géométrie peuvent être renseignés par le biais de FORCE_COQUE (pres).

2.2.4.3 Application d’une pression : mot-clé FORCE_COQUE

Le mot-clé facteur FORCE_COQUE permet d’appliquer des efforts surfaciques sur des éléments de type coque (DKT, DST, Q4G, …) définis sur tout le maillage ou sur une ou plusieurs mailles ou des groupes de mailles. Suivant le nom de l'opérateur appelé, les valeurs sont fournies directement (AFFE_CHAR_MECA) ou par l'intermédiaire d'un concept fonction (AFFE_CHAR_MECA_F).

	AFFE_CHAR_MECA AFFE_CHAR_MECA_F			**Remarques**
	FORCE_COQUE :		•	
Repère global		TOUT: 'OUI' MAILLE GROUP_MA	•	Lieu d’application du chargement
		FX FY FZ MX MY MZ	•	Fourni directement pour AFFE_CHAR_MECA, sous forme de fonction pour AFFE_CHAR_MECA_F
	PLAN	'MOY' 'INF' 'SUP' 'MAIL'	•	Permet de définir un torseur d’efforts sur le plan moyen, inférieur, supérieur ou du maillage (éléments DKT et DST)
Repère local	PRES	F1 F2 F3 MF1 MF2	•	Fourni directement pour AFFE_CHAR_MECA, sous forme de fonction pour AFFE_CHAR_MECA_F

Nous renvoyons au paragraphe correspondant au mot-clé FORCE_COQUE du document d’utilisation des opérateurs AFFE_CHAR_MECA et AFFE_CHAR_MECA_F.

2.2.4.4 Conditions limites : mots-clés DDL_IMPO et LIAISON_*

Le mot-clé facteur DDL_IMPO permet d’imposer, à des nœuds introduits par un (au moins) des mots clés : TOUT, NOEUD, GROUP_NO, MAILLE, GROUP_MA, une ou plusieurs valeurs de déplacement (ou de certaines grandeurs associées). Suivant le nom de l'opérateur appelé, les valeurs sont fournies directement (AFFE_CHAR_MECA) ou par l'intermédiaire d'un concept fonction (AFFE_CHAR_MECA_F).

Les opérandes disponibles pour DDL_IMPO, sont listés ci-dessous :

DX DY DZ	Blocage sur la composante de déplacement en **translation**
DRX DRY DRZ	Blocage sur la composante de déplacement en **rotation**

2.2.4.5 Raccords coques avec autres éléments mécaniques

Ces raccords doivent satisfaire les exigences établies dans [bib4] et que l'on retrouve en particulier dans le raccord 3D-POUTRE en [R3.03.03].

Les raccords disponibles avec les éléments de plaques et de coques sont les suivants :

- Raccord **Poutre-Coque** : il s'agit d'établir la liaison entre un nœud extrémité d'un élément de poutre et un groupe de mailles de bord d'éléments de coques. Les théories de poutre et de plaque ne connaissent que des coupures normales à la fibre ou à la surface moyenne. Les raccords ne peuvent avoir lieu que suivant ces fibres ou surfaces moyennes. Le raccord poutre-coque est **réalisable pour des poutres dont la fibre neutre est orthogonale aux normales aux facettes des plaques ou des coques**. L'étendre à d'autres configurations (une poutre arrivant perpendiculairement au plan d'une plaque par exemple) demande une étude de faisabilité car les éléments de plaque ou de coque n'ont pas de rigidité associée à une rotation dans le plan perpendiculaire à la normale à la surface moyenne. Le raccord est utilisable en utilisant le mot-clé LIAISON_ELEM : (OPTION : 'COQ_POU') de AFFE_CHAR_MECA.

- Raccord **Coque-Tuyau** : il s'agit d'établir la liaison entre un nœud extrémité d'un élément de tuyau et un groupe de maille de bord d'éléments de coques. La formulation du raccord coques-tuyaux est présenté dans le document de référence [R3.08.06]. Les théories de tuyau et de plaque, ne connaissent que des coupures normales à la fibre ou à la surface moyenne. Les raccords ne peuvent avoir lieu que suivant ces fibres ou surfaces moyennes. Le raccord coque-tuyau est réalisable pour des tuyaux dont la fibre neutre est orthogonale aux normales aux facettes des plaques ou des coques. Le raccord est utilisable en utilisant le mot-clé LIAISON_ELEM : (OPTION : 'COQ_TUYAU') de AFFE_CHAR_MECA.

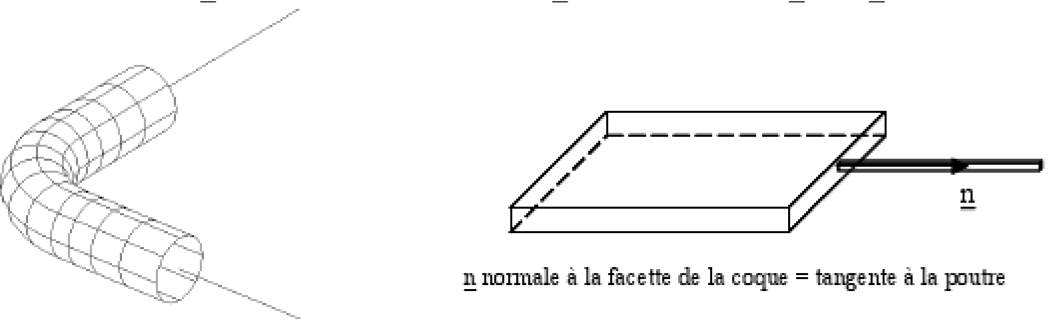


Figure 2.2.4.5-a : Raccords coques avec autres éléments mécaniques

- Raccord **Coque – 3D massif** : le raccord **coque-3D** massif est à l'étude mais il sera limité dans un premier temps aux cas où la normale au solide est orthogonale à la normale à l'une des facettes de l'élément de plaque ou de coque (voir [bib4]).

- Raccord **entre éléments de Coques** : pour raccorder deux éléments de coques entre eux, on utilise le mot-clé LIAISON_COQUE d'AFFE_CHAR_MECA (_F) (documentation [U4.44.01]). Ce raccord est effectué au moyen de relations linéaires. L'approche classique admet que 2 plans maillés en coques se coupent selon une droite qui appartient au maillage de la structure. Afin d'éviter que le volume qui est l'intersection des deux coques soit compté deux fois, on arrête le maillage d'une coque perpendiculaire à une coque donnée au niveau de la peau supérieure ou inférieure de cette dernière. Sur la [Figure 2.2.4.5-b], la liaison entre les 2 coques se fait par des liaisons de corps solide entre les nœuds en vis-à-vis des segments $A_1 A_2$ et $B_1 B_2$.

- Raccord **Coques volumiques SHB – 3D massif** : ce raccord est naturel car les éléments coques volumiques SHB ont des mailles support 3D aussi. Il faut seulement assurer que tous

les nœuds de la surface de raccord doivent appartenir à l'élément coque volumique SHB et 3D massif.
Par conséquent, les éléments SHB de formulation linéaire (SHB6, SHB8) ne peuvent pas se raccorder aux éléments 3D massifs de formulation quadratique (PENTA15, HEXA20 par exemple) et inversement, les SHB15, SHB20 ne peuvent pas se raccorder aux éléments 3D massifs de formulation linéaire.

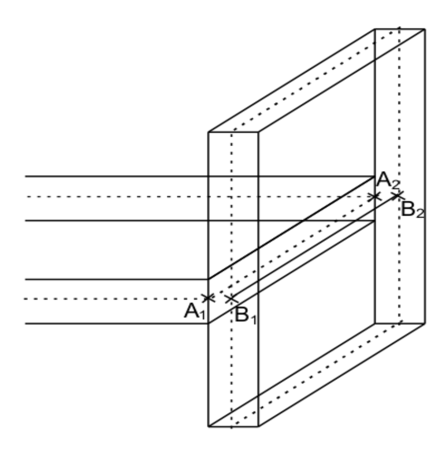


Figure 2.2.4.5-b : Raccord entre éléments de coques

Des cas-tests permettant de valider ces raccords sont disponibles dans la section exemples.

2.2.4.6 Variables de commandes

Les variables de commandes prises en compte par les différentes modélisations sont listées ici :

Variables de commandes	**COQUE_3D**	**DKT, DST, Q4G**	**DKTG**	**Q4GG**	**SHB8**	**COQUE_C_PLAN COQUE_D_PLAN COQUE_AXIS**	**GRILLE_MEMBRANE GRILLE_EXCENTRE MEMBRANE**
TEMP	•	•	•			•	•
autres : SECH, HYDR, etc..							

2.3 Résolution

2.3.1 Calculs linéaires : `MECA_STATIQUE` et autres opérateurs linéaires

Les calculs linéaires s'effectuent en petites déformations. Plusieurs opérateurs de résolution linéaires sont disponibles :

`MECA_STATIQUE` :	résolution d'un problème de mécanique statique linéaire ([U4.51.01]) ;
`MACRO_ELAS_MULT` :	calcule des réponses statiques linéaires pour différents cas de charges ou modes de Fourier. ([U4.51.02]).
`MODE_ITER_SIMULT` :	calcul des valeurs et vecteurs propres par des méthodes de sous espaces. ([U4.52.03]).
`MODE_ITER_INV` :	calcul des valeurs et vecteurs propres par la méthode d'itérations inverses ([U4.52.04]).
`MODE_ITER_CYCL` :	calcul des modes propres d'une structure à symétrie cyclique ([U4.52.05]) ;

DYNA_LINE_TRAN : calcul de la réponse dynamique transitoire à une excitation temporelle quelconque ([U4.53.02]) ;

DYNA_TRAN_MODAL : calcul est effectué par superposition modale ou par sous-structuration ([U4.53.21]) ;

2.3.2 Calculs non linéaires : STAT_NON_LINE et DYNA_NON_LINE

2.3.2.1 Comportements et hypothèses de déformations disponibles

Les informations suivantes sont extraites de la documentation d'utilisation de l'opérateur STAT_NON_LINE : [U4.51.03].

			SHB8	**COQUE_3D**	**DKT**	**DKTG**	**DST, Q4G**	**DKTG**	**Q4GG**	**GRILLE_***	**COQUE_C_PLAN COQUE_D_PLAN COQUE_AXIS**
COMP_INCR (petites déformations)	RELATION	Toutes les relations disponibles en contraintes planes	•	•	•						•
		Les relations 3D en utilisant la méthode de De Borst	•	•	•						•
		Toutes les relations disponibles en 1D								•	
	DEFORMATION: 'GROT_GDEP'	Coque_3D en grands déplacements et grandes rotations disponible avec comportements incrémentaux non linéaires, mais en petites déformations		•							
	DEFORMATION: 'PETIT' (ou GROT_GDEP)	En petits ou grands déplacements disponible avec comportements incrémentaux non linéaires, mais en rotations faibles et en petites déformations	•	•						•	•
	DEFORMATION : PETIT ou GROT_GDEP	En petits ou grands déplacements				•					
	RELATION	GLRC_DAMAGE				•		•	•		
	RELATION	GLRC_DM, KIT_DDI				•		•			
COMP_ELAS (grands déplacements, grandes rotations)	RELATION	ELAS		•							
	DEFORMATION: 'GROT_GDEP'			•							
	TYPE_CHARGE: 'SUIV'	Pression suiveuse		•							

Tous les comportements non linéaires mécaniques de contraintes planes du code sont accessibles. On distingue les relations de comportement incrémentales (mot clé facteur COMP_INCR) des relations

de comportements élastiques non linéaires (mot clé facteur COMP_ELAS). La relation de comportement relie les taux de déformation aux taux de contraintes.

Pour les modélisations GRILLE_EXCENTRE et GRILLE_MEMBRANE, pour des structures en béton armé, les comportements non linéaires 1D correspondent à des comportements incrémentaux particuliers dans STAT_NON_LINE (COMP_INCR) :

- GRILLE_ISOT_LINE pour la plasticité à écrouissage isotrope,
- GRILLE_ISOT_CINE pour la plasticité à écrouissage cinématique bi linéaire,
- GRILLE_PINTO_MEN pour le comportement de Pinto Menegotto.

Les comportements 3D peuvent également être utilisés à l'aide de la méthode de De Borst [R5.03.09].

La modélisation MEMBRANE n'est implémentée que pour un comportement élastique en petites déformations et petits déplacements.

Le concept RESULTAT de STAT_NON_LINE/DYNA_NON_LINE contient des champs de déplacements, de contraintes et de variables internes aux points d'intégration toujours calculées aux points de gauss :

- DEPL : champs de déplacements.

- SIEF_ELGA : Tenseur des contraintes par élément aux points d'intégration (COQUE_3D et DKT) dans le repère utilisateur. Pour chaque couche, on stocke dans l'épaisseur et pour chaque épaisseur sur les points d'intégration surfacique. Ainsi si on veut des informations sur une contrainte pour la couche NC, au niveau NCN (NCN = -1 si inférieur, NCN = 0 si milieu, NCN = +1 si supérieur) pour le point d'intégration surfacique NG, il faudra regarder la valeur donnée par le point défini dans l'option POINT tel que : NP = 3*(NC-1)*NPG+(NCN+1)*NPG+NG où NPG est le nombre total de points d'intégration surfacique de l'élément de COQUE_3D (7 pour le triangle et 9 pour le quadrangle) et de l'élément DKT. Pour les modélisations GRILLE_EXCENTRE,GRILLE_MEMBRANE, on stocke simplement une valeur par point d'intégration : la composante SIXX dans la direction des armatures. Pour les modélisations DKTG et Q4GG, SIEF_ELGA contient les 6 efforts généralisés (efforts membranaires, moments fléchissants, efforts tranchants) par point de Gauss. Pour la modélisation SHB8, SIEF_ELGA contient les 6 composantes des contraintes par point d'intégration, en repère local, plus 12 composantes relatives aux termes de stabilisation.

- VARI_ELGA : Champ de variables internes (DKT et COQUE_3D) par élément aux points d'intégration surfacique. Pour chaque point d'intégration surfacique, on stocke les informations sur les couches en commençant par la première, niveau 'INF'. Le nombre de variables représentées vaut donc 2*NCOU*NBVARI où NBVARI représente le nombre de variables internes.

Il peut être enrichit des champs suivants, calculés en post-traitement par l'opérateur CALC_CHAMP :

- EFGE_ELNO : active le calcul du tenseur des efforts généralisés par élément aux nœuds (efforts membranaires, moments fléchissants, efforts tranchants), dans le repère utilisateur (défini au paragraphe [§2.2.2]).

- VARI_ELNO : active le calcul du champ de variables internes par élément aux nœuds dans l'épaisseur (par couche SUP/MOY/INF dans l'épaisseur sauf indication).

2.3.2.2 Détail sur les points d'intégration

La numérotation des points de Gauss surfaciques pour les éléments COQUE_3D est donnée en R3.07.04 §4.7.1. Attention à l'ordre des points de Gauss pour la formule à 9 points, qui n'est pas le même que celui adopté pour les éléments isoparamétriques.

Pour les modélisations DKT, COQUE_3D, COQUE_D_PLAN, COQUE_C_PLAN, COQUE_AXIS, dans le cas des calculs non-linéaires, la méthode d'intégration pour les éléments de plaque et de coques est une méthode d'intégration par **couches**, dont le nombre est défini par l'utilisateur. Pour chaque couche, sauf modélisation GRILLE, on utilise une méthode de Simpson à trois points d'intégration, au milieu de la couche et en peaux supérieure et inférieure de couche. Pour N couches le nombre de points d'intégration dans l'épaisseur est de $2N+1$.

Pour traiter les non-linéarités matériau, on conseille d'utiliser de 3 à 5 couches dans l'épaisseur pour un nombre de points d'intégration valant 7, 9 et 11 respectivement. Pour la rigidité tangente, on calcule pour chaque couche, en contraintes planes, la contribution aux matrices de rigidité de membrane, de flexion et de couplage membrane-flexion. Ces contributions sont ajoutées et assemblées pour obtenir la matrice de rigidité tangente totale. Pour chaque couche, on calcule l'état des contraintes et l'ensemble des variables internes, au milieu de la couche et en peaux supérieure et inférieure de couche. Ces informations sont disponibles dans VARI_ELGA et SIEF_ELGA. Le comportement plastique ne comprend pas les termes de cisaillement transverses qui sont traités de façon élastique, car le cisaillement transverse est découplé du comportement plastique.

Pour les modélisations GRILLE_EXCENTRE et GRILLE_MEMBRANE des structures en béton armé, il n'y a qu'un point d'intégration par couche.

Les éléments coques SHB n'ont pas de notion de **couche** comme les éléments de plaque ou de COQUE_3D. Ils sont intégrés sur tous leurs points de Gauss. Les contraintes sont calculées aux points d'intégration dans le repère local.

2.3.2.3 Comportement non-linéaire géométrique

Les calculs en non-linéaire géométrique (grands déplacements et grandes rotations), disponibles avec la modélisation COQUE_3D, sont réalisées à l'aide de l'opérateur STAT_NON_LINE, en utilisant, sous le mot-clé COMP_ELAS / COMP_INCR, DEFORMATION = 'GROT_GDEP'

Les calculs en non-linéaire géométrique (grands déplacements et petites rotations), disponibles avec la modélisation SHB8 , sont réalisées à l'aide de l'opérateur STAT_NON_LINE , en utilisant sous le mot-clé COMP_INCR , DEFORMATION = 'GROT_GDEP'.

Les calculs en non-linéaire géométrique (grands déplacements et petites déformations), disponibles avec la modélisation DKTG , sont réalisées à l'aide de l'opérateur STAT_NON_LINE , en utilisant, sous le mot-clé COMP_INCR , DEFORMATION = 'GROT_GDEP'.

Il est possible d'appliquer sur les éléments de COQUE_3D et de SHB, des pressions suiveuses. Ce chargement a la particularité de suivre la géométrie de la structure au cours de sa déformation (par exemple : la pression hydrostatique reste toujours perpendiculaire à la géométrie déformée). Pour prendre en compte ce type de chargement, il faut préciser dans l'opérateur STAT_NON_LINE les informations suivantes :

```
STAT_NON_LINE (
                 EXCIT =_F( CHARGE = pres
                          TYPE_CHARGE = 'SUIV' )
               )
```

Le comportement non-linéaire géométrique des structures peut présenter des instabilités (flambement, snap-through/snap-back...). La détermination et le passage de ces points limites, ne peuvent pas être obtenus en imposant le chargement, cependant les options de pilotage du chargement 'DDL_IMPO' ou 'LONG_ARC' de l'opérateur STAT_NON_LINE permettent de franchir ces points critiques.

2.3.2.4 Flambement linéaire

Les calculs en flambement linéaire sont similaires à la recherche de fréquences propres et de modes de vibration. Le problème a résoudre s'exprime sous la forme :

Trouver $(\lambda, X) \in (\mathbb{R}, \mathbb{R}^N)$ tels que $AX = \lambda BX$

où A est la matrice de rigidité
B est la matrice de rigidité géométrique (calculée avec l'option RIGI_GEOM de CALC_MATR_ELEM), disponible pour les modélisations COQUE_3D et SHB8
λ est la charge critique
X est le mode de flambement associé a la charge critique

Les opérateurs MODE_ITER_INV [U4.52.04] et MODE_ITER_SIMULT [U4.52.03] sont utilisés pour déterminer la charge critique et le mode de flambement associé.

2.4 Calculs supplémentaires et post-traitements

2.4.1 Calculs de matrices élémentaires : opérateur CALC_MATR_ELEM

L'opérateur CALC_MATR_ELEM (documentation [U4.61.01]) permet de calculer des matrices élémentaires, qui sont ensuite assemblables par la commande ASSE_MATRICE (documentation [U4.61.22]).

Les options élémentaires de l'opérateur CALC_MATR_ELEM sont décrites ci-dessous :

CALC_MATR_ELEM	COQUE_3D	DKT, DKTG	DST	Q4G, Q4GG	COQUE_C_PLAN COQUE_D_PLAN COQUE_AXIS	GRILLE_*	SHB8
'AMOR_MECA'	•	•	•	•	•	•	•
'MASS_MECA'	•	•	•	•	•	•	•
'MASS_INER'	•	•	•	•	•	•	•
'RIGI_GEOM'	•						•
'RIGI_MECA'	•	•	•	•	•	•	•
'RIGI_MECA_HYST'	•	•	•	•	•	•	•

- AMOR_MECA : Matrice d'amortissement des éléments calculée par combinaison linéaire de la rigidité et de la masse.
- MASS_MECA : Matrice de masse.
- MASS_INER: calcul des caractéristiques inertielles (masse, centre de gravité)
- RIGI_GEOM : Matrice de rigidité géométrique (pour les grands déplacements).
- RIGI_MECA : Matrice de rigidité des éléments.
- RIGI_MECA_HYST : Rigidité hystérétique (complexe) calculée par le produit par un coefficient complexe d'amortissement structural de la rigidité simple.

2.4.2 Calculs par éléments : opérateurs CALC_CHAMP et POST_CHAMP

On présente ci-après les options de post-traitement pour les éléments de plaques et de coques. Elles correspondent aux résultats que peut obtenir un utilisateur après un calcul thermomécanique (contraintes, déplacements, déformations, variables internes, etc...). Pour les structures modélisées par des éléments de coques ou de poutres, il est particulièrement important de savoir comment sont présentés les résultats de contraintes de façon à pouvoir les interpréter correctement. L'approche adoptée dans *Code_Aster* consiste à calculer les contraintes dans le repère « utilisateur » défini dans l'opérateur AFFE_CARA_ELEM.
Si l'on souhaite dépouiller ses résultats dans un autre repère que le repère utilisateur, il faut utiliser la commande MODI_REPERE .

Lorsqu'un post-traitement ne concerne qu'un « sous-point », l'utilisateur dispose des mots-clés NUME_COUCHE et NIVE_COUCHE du mot clé facteur EXTR_COQUE de la commande POST_CHAMP.

Les mots-clés sous EXTR_COQUE sont décrits dans le tableau suivant :

OPTIONS	**COQUE_3D**	**DKT**	**DST, Q4G**	**DKTG, Q4GG**	**COQUE_C_PLAN COQUE_D_PLAN COQUE_AXIS**	**GRILLE_***	**SHB8**
NUME_COUCHE	•	•			•		
NIVE_COUCHE	•	•	•		•		

- Plus précisément, dans le cas d'un matériau multicouche (coque multicouche définie par DEFI_COMPOSITE), ou d'un élément de structure avec comportement non linéaire local, intégré par couches, NUME_COUCHE est la valeur entière comprise entre 1 et le nombre de couches, nécessaire pour préciser la couche où l'on désire effectuer le calcul élémentaire. Par convention, la couche 1 est la couche inférieure (dans le sens de la normale) dans le cas des éléments de coque.
- Pour la couche nume définie par NUME_COUCHE, permet de préciser l'ordonnée où l'on désire effectuer le calcul élémentaire : INF / MOY / SUP correspondent aux point d'intégration situés en peau interne / moyenne / externe de la couche.

Le mot clé facteur COQU_EXCENT permet de modifier le plan de calcul des efforts généralisés (options EFGE_ELNO et EFGE_ELGA) pour un modèle avec des éléments de plaques (DKT, DST, Q4G, DKTG) en tenant compte de l'excentrement (MODI_PLAN='OUI').

Les options de post-traitement disponibles sont :

OPTIONS	**COQUE_3D**	**DKT**	**DST, Q4G**	**DKTG, Q4GG**	**COQUE_C_PLAN COQUE_D_PLAN COQUE_AXIS**	**GRILLE_***	**SHB8**
'ENEL_ELGA' 'ENEL_ELNO' 'ENEL_ELEM'		•	•	•			
'ENER_ELAS'		•	•	•			
'EPSI_ELGA'						•	
'SIEQ_ELGA'							•
'DEGE_ELGA'	•	•	•	•	•		
'DEGE_ELNO'	•	•	•	•	•		
'ECIN_ELEM'	•	•	•	•		•	
'EFGE_ELGA'	•	•	•	•	•		
'EFGE_ELNO'	•	•	•	•	•		
'EPOT_ELEM'	•	•	•	•		•	
'EPSI_ELNO'	•	•	•		•	•	
'SIEQ_ELNO'	•	•	•				•
'SIEF_ELGA'	•	•	•	•	•	•	•
'SIEF_ELNO'	•	•	•	•	•	•	•
'SIGM_ELNO'	•	•	•		•	•	
'VARI_ELNO'	•	•		•		•	•

- SIEF_ELGA : Calcul des efforts généralisés par élément aux points d'intégration de l'élément à partir des déplacements (utilisation uniquement en élasticité). Repère utilisateur.
- SIGM_ELNO : Calcul des contraintes par élément aux nœuds. Repère utilisateur.
- SIEQ_ELNO : Contraintes équivalentes aux nœuds, calculées en un point de l'épaisseur à partir de SIGM_ELNO :
  VMIS : Contraintes de Von Mises.
  VMIS_SG : Contraintes de Von Mises signées par la trace des contraintes.
  PRIN_1, PRIN_2, PRIN_3 : Contraintes principales.
  Ces contraintes sont indépendantes du repère.
- EFGE_ELGA : Calcul des efforts généralisés par élément aux points d'intégration de l'élément à partir des déplacements (utilisation uniquement en élasticité). Repère utilisateur.
- EFGE_ELNO : Calcul des efforts généralisés par élément aux nœuds à partir des déplacements (utilisation uniquement en élasticité). Repère utilisateur.
- EPSI_ELNO : Calcul des déformations par élément aux nœuds à partir des déplacements, en un point de l'épaisseur (utilisation uniquement en élasticité). Repère utilisateur.

- EPSI_ELGA : Calcul des déformations par élément aux points d'intégration à partir des déplacements, en un point de l’épaisseur (utilisation uniquement en élasticité). Repère intrinsèque.
- DEGE_ELGA : Calcul des déformations généralisées par élément aux points d’intégration de l’élément à partir des déplacements. Repère utilisateur.
- DEGE_ELNO : Calcul des déformations généralisées par élément aux nœuds à partir des déplacements. Repère utilisateur.
- EPOT_ELEM : Calcul de l’énergie élastique linéaire de déformation par élément à partir des déplacements.
- ENER_TOTALE : calcul de l'énergie de déformation totale intégrée sur l'élément
- ENER_ELAS : calcul de l'énergie de déformation élastique intégrée sur l'élément
- ENEL_ELGA / ENEL_ELNO : énergie élastique aux points d'intégration ou aux nœuds
- ENEL_ELEM : énergie élastique sur l'élément
- ECIN_ELEM : Calcul de l’énergie cinétique par élément.
- EFGE_ELNO : Option d’activation du calcul du tenseur des efforts généralisés (voir paragraphe [§]) par élément aux nœuds, dans le repère utilisateur, par intégration des contraintes SIEF_ELGA (en non-linéaire).
- EFGE_ELGA : Option d’activation du calcul du tenseur des efforts généralisés (voir paragraphe [§]) par élément aux points de gauss de l'élément, dans le repère utilisateur, par intégration des contraintes SIEF_ELGA (en non-linéaire).
- VARI_ELNO : Option d’activation du calcul du champ de variables internes par élément et par couche aux nœuds. Pour chaque point d’intégration surfacique, on stocke les informations sur les couches en commençant par la première, niveau ‘INF’. Le nombre de variables représentées vaut donc 3*NCOU*NBVARI où NBVARI représente le nombre de variables internes.
- NUME_COUCHE : Dans le cas d’un matériau multicouche (composite ou coque en plasticité), valeur entière comprise entre 1 et le nombre de couches, nécessaire pour préciser la couche où l’on veut effectuer le calcul élémentaire.
- NIVE_COUCHE : Pour la couche n , on peut préciser l’ordonnée où l’on désire effectuer le calcul élémentaire. Un calcul en peau interne est indiqué par ‘INF’, en peau externe par ‘SUP’ et sur le feuillet moyen par ‘MOY’ (suivant le sens de la normale).

2.4.3 Calculs aux nœuds : opérateur CALC_CHAMP

OPTIONS	COQUE_3D	DKT	DST	Q4G	COQUE_C_PLAN COQUE_D_PLAN COQUE_AXIS	GRILLE	SHB8
‘FORC_NODA’	•	•	•	•	•	•	•
‘REAC_NODA’	•	•	•	•	•	•	•
_NOEU	•	•	•	•	•	•	•

Pour les éléments de plaques et coques, l’opérateur CALC_CHAMP (documentation [U4.81.04]) permet uniquement le calcul des forces et réactions (calcul des champs aux nœuds par moyennation, option _NOEU) :

- à partir des contraintes, l'équilibre : FORC_NODA (calcul des forces nodales à partir des contraintes aux points d’intégration, élément par élément),
- puis en enlevant le chargement appliqué : REAC_NODA (calcul des forces nodales de réaction aux nœuds, à partir des contraintes aux points d’intégration, élément par élément) :
- REAC_NODA = FORC_NODA - chargements appliqués ,
- utiles pour vérification du chargement et pour calculs de résultantes, moments, etc.

2.4.4 Calculs de quantités sur tout ou partie de la structure : opérateur POST_ELEM

L’opérateur POST_ELEM (documentation [U4.81.22]) permet de calculer des quantités sur tout ou partie de la structure. Les quantités calculées correspondent à des options de calcul particulières de la modélisation affectée.

OPTIONS	Opérateur	COQUE_3D	DKT	DST	Q4G	COQUE_C_PLAN COQUE_D_PLAN COQUE_AXIS	GRILLE	SHB8
'MASS_INER'	POST_ELEM	•	•	•	•	•		•
'ENER_POT'	POST_ELEM	•	•	•	•	•		
'ENER_CIN'	POST_ELEM	•	•	•	•	•		
'ENER_ELAS'	POST_ELEM		•	•	•			

- MASS_INER : calcul des caractéristiques géométriques (volume, centre de gravité, matrice d'inertie) pour les éléments plaques et courbes.
- ENER_POT : calcul de l'énergie potentielle de déformation à l'équilibre à partir des déplacements en mécanique linéaire des milieux continus (2D et 3D) et en mécanique linéaire pour les éléments de structures, ou bien l'énergie dissipée thermiquement à l'équilibre en thermique linéaire à partir des températures (cham_no_TEMP_R).
- ENER_CIN : calcul de l'énergie cinétique à partir d'un champ de vitesse ou à partir d'un champ de déplacement et d'une fréquence (uniquement pour les éléments de structure et les éléments 3D).
- ENER_ELAS : calcul de l'énergie de déformation élastique.

2.4.5 Valeurs de composantes de champs de grandeurs : opérateur POST_RELEVE_T

L'opérateur POST_RELEVE_T (documentation [U4.81.21]) permet, sur un groupe de nœuds, d'extraire des valeurs ou effectuer des calculs :

- d'extraire des valeurs de composantes de champs de grandeurs ;
- d'effectuer des calculs de moyennes et d'invariants :
  - Moyennes,
  - Résultantes et moments de champs vectoriels,
  - Invariants de champs tensoriels,
  - Trace directionnelle de champs,
  - D'expression dans les repères GLOBAL, LOCAL, POLAIRE, UTILISATEUR ou CYLINDRIQUE

Le concept produit est de type table.
Pour utiliser POST_RELEVE_T, il est nécessaire de définir trois concepts :

- un **lieu** : l'option NŒUD (exemple : N01 N045) ou bien l'option GROUP_NO (exemple : APPUI) ;
- un **objet** : au choix, l'option RESULTAT (SD résultat : EVOL_ELAS,...) ou bien l'option CHAM_GD (CHAM_NO : DEPL, … ou CHAM_ELEM : SIGM_ELNO, …) ;
- une **nature** : au choix, l'option 'EXTRACTION' (valeur, …) ou bien l'option 'MOYENNE' (moyenne, maxi, mini, …).

Remarque importante :

Si on vient d'une interface avec un mailleur), les nœuds sont rangés par ordre numérique. Il faut réordonner les nœuds le long de la ligne de dépouillement. La solution est d'utiliser l'opérateur DEFI_GROUP avec l'option NOEU_ORDO . Cette option permet de créer un GROUP_NO ordonné contenant les nœuds d'un ensemble de mailles formés de segments (SEG2 ou SEG3).

Un exemple d'extraction de composante est donné dans le cas-test SSNL503 (voir la description au paragraphe [§2.5.3] page 39) :

```
TAB_DRZ=POST_RELEVE_T( ACTION=_F(
                              GROUP_NO = 'D',
                              INTITULE = 'TB_DRZ',
                              RESULTAT = RESUL,
                              NOM_CHAM = 'DEPL',
                              NOM_CMP = 'DRZ',
                              TOUT_ORDRE = 'OUI',
                              OPERATION = 'EXTRACTION'
                                    )
```

)

Cette syntaxe a pour but :

d'extraire :	`OPERATION = 'EXTRACTION'`
sur le groupe de nœuds D :	`GROUP_NO = 'D'`
la composante DRZ du déplacement :	`NOM_CHAM = 'DEPL', NOM_CMP = 'DRZ',`
pour tous les instants de calcul :	`TOUT_ORDRE = 'OUI'`

2.4.6 Impression des résultats : opérateur IMPR_RESU

L'opérateur IMPR_RESU permet d'écrire le maillage et/ou les résultats d'un calcul sur listing au format 'RESULTAT' ou sur un fichier dans un format visualisable par des outils de post-traitement externes à Aster : format RESULTAT et ASTER (documentation [U4.91.01]), format CASTEM (documentation [U7.05.11]), format IDEAS (documentation [U7.05.01]), format MED (documentation [U7.05.21]) ou format GMSH (documentation [U7.05.32]).

Cette procédure permet d'écrire au choix :

- un maillage,
- des champs aux nœuds (de déplacements, de températures, de modes propres, de modes statiques, …),
- des champs par éléments aux nœuds ou aux points de GAUSS (de contraintes, d'efforts généralisés, de variables internes…).

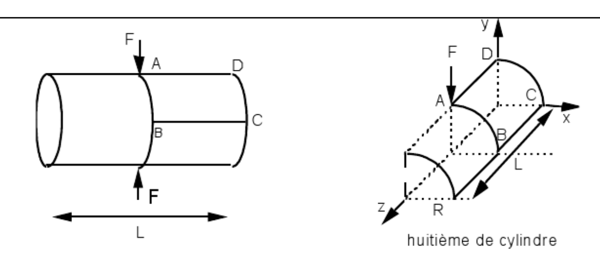
Les éléments de plaque et coque étant traités de la même manière que les autres éléments finis, nous renvoyons le lecteur aux notes d'utilisation correspondant au format de sortie qu'il souhaite utiliser.

2.5 Exemples

Les cas-tests retenus ici sont des cas-tests classiques issus de la littérature et qui sont couramment utilisés pour valider ce type d'éléments.

On rappelle que les modélisations DKT correspondent à la théorie de Love-Kirchhoff et les modélisations DST, Q4G à la théorie avec énergie de cisaillement transverse (Reissner). Les résultats pour la modélisation COQUE_3D ne sont présentés que pour une théorie avec énergie de cisaillement transverse.

2.5.1 Analyse statique linéaire



Longueur L = 10.35 m
Rayon R = 4.953 m
Epaisseur t = 0.094 m

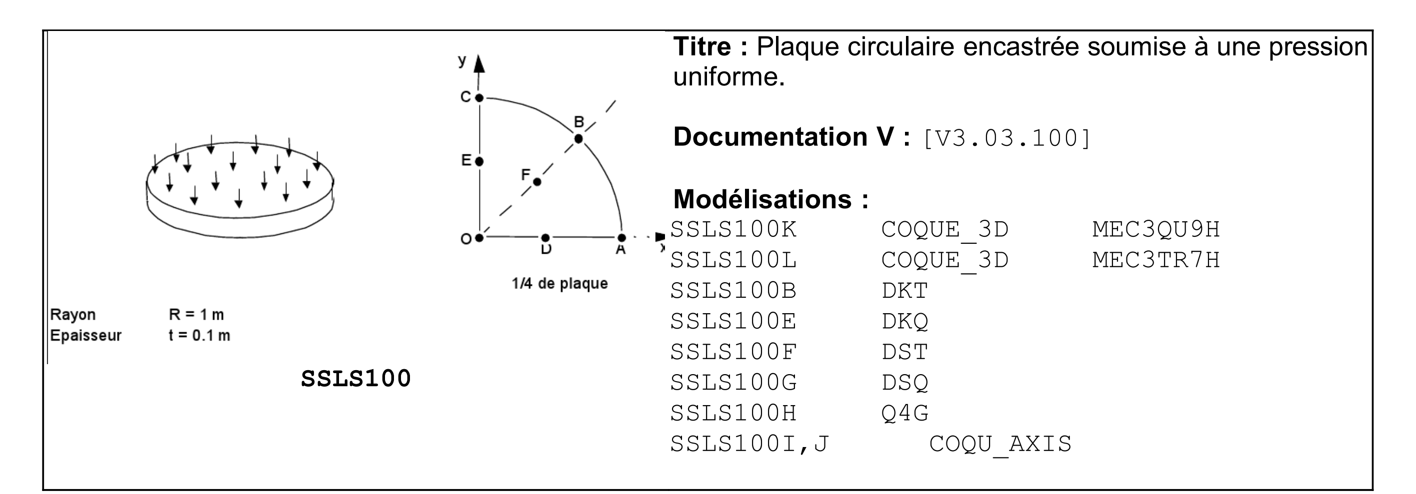
SSLS20

Titre :: Coque cylindrique pincée à bords libres

Documentation V : [V3.03.020]

Modélisations :

SSLS20A	DKT	
SSLS20B	COQUE_3D	MEC3QU9H
SSLS20C	COQUE_3D	MEC3TR7H



Rayon R = 1 m
Epaisseur t = 0.1 m

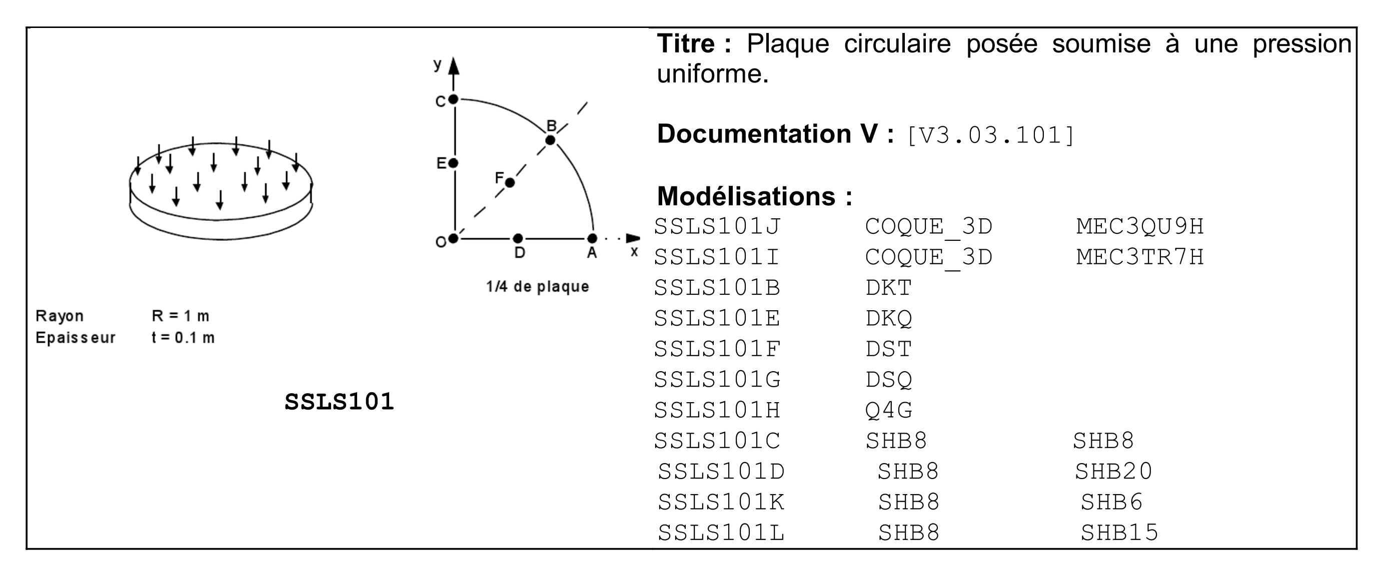
SSLS100

Titre : Plaque circulaire encastrée soumise à une pression uniforme.

Documentation V : [V3.03.100]

Modélisations :

SSLS100K	COQUE_3D	MEC3QU9H
SSLS100L	COQUE_3D	MEC3TR7H
SSLS100B	DKT	
SSLS100E	DKQ	
SSLS100F	DST	
SSLS100G	DSQ	
SSLS100H	Q4G	
SSLS100I,J	COQU_AXIS	



Rayon R = 1 m
Epaisseur t = 0.1 m

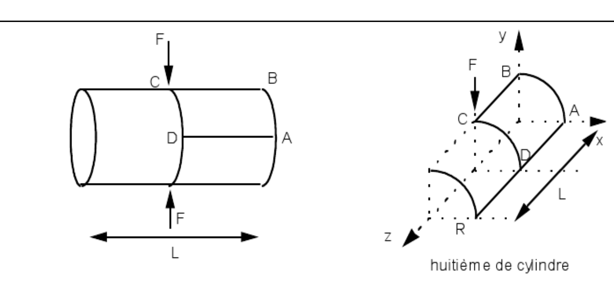
SSLS101

Titre : Plaque circulaire posée soumise à une pression uniforme.

Documentation V : [V3.03.101]

Modélisations :

SSLS101J	COQUE_3D	MEC3QU9H
SSLS101I	COQUE_3D	MEC3TR7H
SSLS101B	DKT	
SSLS101E	DKQ	
SSLS101F	DST	
SSLS101G	DSQ	
SSLS101H	Q4G	
SSLS101C	SHB8	SHB8
SSLS101D	SHB8	SHB20
SSLS101K	SHB8	SHB6
SSLS101L	SHB8	SHB15



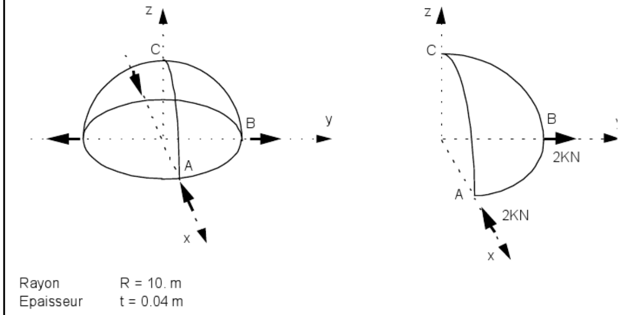
SSLS104

Titre : Coque cylindrique pincée avec diaphragme.

Documentation V : [V3.03.104]

Modélisations :

SSLS104B	COQUE_3D	MEC3QU9H
SSLS104C	COQUE_3D	MEC3TR7H
SSLS104A	DKT	



SSLS105

Titre : Hémisphère doublement pincé.

Documentation V : [V3.03.105]

Modélisations :

SSLS105A	DKT	
SSLS105B	COQUE_3D	MEC3QU9H
SSLS105C	SHB8	SHB8

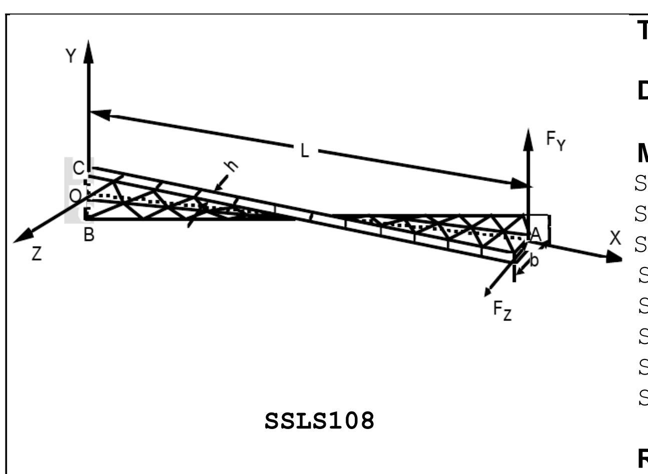
SSLS107

Titre : Panneau cylindrique soumis à son propre poids.

Documentation V : [V3.03.107]

Modélisations :

SSLS107A	COQUE_3D	MEC3QU9H
SSLS107B	COQUE_3D	MEC3TR7H



SSLS108

Titre : Coque hélicoïdale sous charges concentrées.

Documentation V : [V3.03.108]

Modélisations :

SSLS108A	COQUE_3D	MEC3QU9H
SSLS108B	COQUE_3D	MEC3TR7H
SSLS108C	SHB8	SHB8
SSLS108D	SHB8	SHB8
SSLS108E	SHB8	SHB6
SSLS108F	SHB8	SHB6
SSLS108G	SHB8	SHB20
SSLS108H	SHB8	SHB15

Remarques :
Utilisation déconseillée avec des DKT/DKQ, sans cisaillements transverses.

D'autres cas-tests sont décrits plus brièvement dans le tableau suivant :

Nom	Modélisation	Remarques

hpla100a hpla100b hpla100c hpla100d hpla100e hpla100f	2D_AXIS COQUE_AXIS COQUE_3D COQUE_3D COQUE COQUE	**Titre :** Cylindre creux thermoélastique pesant en rotation uniforme. **Documentation V :** [V7.01.100] Ce test a pour but d'éprouver les seconds membres correspondants aux effets de pesanteur et à une accélération due à une rotation uniforme. Les solutions analytiques pour les COQUE_3D incluent la variation de métrique dans l'épaisseur de la coque. Les solutions analytiques pour les plaques sont sans correction de métrique
hsls01a hsls01b	DKT/DST/Q4G COQUE_3D	**Titre :** Plaque mince encastrée soumise à un gradient thermique dans l'épaisseur. **Documentation V :** [V7.11.001]
hsns100a hsns100b	COQUE_3D/DKT COQUE_3D/DKT	**Titre :** Plaque soumise à un gradient de température dans l'épaisseur. **Documentation V :** [V7.23.100] Ce cas-test permet de tester deux façons d'imposer le champ thermique. Les résultats obtenus en a et b doivent être identiques, mais les solutions de référence obtenues sont numériques.
ssll102a	COQUE_C_PLAN	**Titre :** Poutre encastrée soumise à des efforts unitaires **Documentation V :** [V3.01.102]
ssls501a	COQUE_D_PLAN	**Titre :** Cylindre infiniment long soumis à deux lignes de charges. **Documentation V :** [V3.03.501]
ssls114a ssls114b ssls114c ssls114d ssls114i ssls114j ssls114k	COQUE_3D COQUE_3D DKT/DST DKQ/DSQ COQUE_AXI COQUE_C_PLAN COQUE_D_PLAN	**Titre :** Mise sous pression d'un quart de virole cylindrique. **Documentation V :** [V3.03.114] Solution de référence analytique. Permet de tester le terme de pression et l'orientation des normales. On teste les résultats en déplacement radial et en contraintes radiales.
ssls124a Ssls124b	SHB8 SHB8	**Titre :** Poutre en flexion avec divers élancements. **Documentation V :** [V3.03.124] Solution de référence analytique. Ce test permet de monter les limites des éléments en terme d'élancement, d'une part, et de montrer leur bonne convergence pour un maillage très irrégulier, d'autre part.
ssls123a	SHB8	**Titre :** Sphère sous pression externe uniforme. **Documentation V :** [V3.03.123]

	Solution de référence analytique. Ce test permet d'évaluer la qualité de la modélisation des forces de pression..

2.5.2 Analyse modale en dynamique

Nom	Modélisation	Remarques
		Titre : Plaque carrée mince libre ou encastrée sur un bord **Documentation V :** [V2.03.001]
sdls01a	DKT	Il s'agit d'un calcul modal et d'un calcul de réponse harmonique. Pour le calcul modal, il s'agit de calculer les modes propres de flexion d'une plaque carrée mince libre ou encastrée sur un bord.
sdls01b	DKT	a - Arêtes de la plaque orientées selon les axes du repère. b - Orientation quelconque de la plaque et réponse harmonique pour la plaque encastrée.
sdls01c	DKT	c - Calcul modal par sous-structuration dynamique classique et cyclique. d - Calcul modal suite à une sous-structuration de Guyan. e - Arêtes de la plaque orientées selon les axes du repère.
sdls01d	DKT	f - Arêtes de la plaque orientées selon les axes du repère. g - Orientation quelconque de la plaque et réponse harmonique pour la plaque encastrée. h - Orientation quelconque de la plaque et réponse harmonique pour la plaque encastrée.
sdls01e	COQUE_3D	• Pour a et b la précision sur les fréquences propres est inférieure à 1% jusqu'au sixième mode de flexion
sdls01f	COQUE_3D	• Pour c en sous-structuration, la qualité des résultats peut être améliorée par l'utilisation d'un maillage de sous-structure plus fin.
sdls01g	COQUE_3D	• Pour d, il est nécessaire afin d'obtenir une précision de 1% sur les fréquences propres de condenser aussi sur les nœuds milieu des bords.
sdls01h	COQUE_3D	• Pour e, f, g et h, la précision sur les fréquences propres est inférieure à 1% jusqu'au sixième mode de flexion pour les éléments quadrangle et inférieure à 2% pour les éléments triangles. L'élément de coque MEC3QU9H est performant comparé à l'élément DKT qui est lui-même plus performant que l'élément MEC3TR7H.

sdls109a sdls109b,c sdls109d,e sdls109f sdls109h	DKQ (MEDKQU4) et DSQ (MEDSQU4) DKT (MEDKTR3) et DST (MEDSTR3) COQUE_3D (MEC3QU9H et MEC3TR7H) COQUE_C_PLAN (METCSE3) SHB8	**Titre :** Fréquences propres d'un anneau cylindrique épais. **Documentation V :** [V2.03.109] Ce test est inspiré d'une étude vibratoire réalisée sur le collecteur VVP des tranches N4. Ce collecteur est épais et présente un rapport maximum épaisseur sur rayon moyen de 0,13. Cette valeur, pouvant être typique d'une structure industrielle, est légèrement supérieure à la valeur limite de validité habituellement reconnue pour les plaques et coques. Dans cette étude, la modélisation du collecteur en coques est alors évaluée par comparaison avec un modèle volumique sur un anneau. Ce test permet d'évaluer l'algorithme de recherche de valeurs propres MODE_ITER_SIMULT [U4.52.03] avec les opérateurs de rigidité et de masse.

2.5.3 Analyse statique non linéaire matériau

SSNL501	**Titre :** Poutre encastrée soumise à une pression uniforme. **Documentation V :** [V6.02.501] **Modélisations :** SSNL501E COQUE_3D MEC3QU9H SSNL501D COQUE_3D MEC3TR7H SSNL501B DKT SSNL501C DKQ SSNL501A COQUE_C_PLAN

D'autres cas-tests sont décrits plus brièvement dans le tableau suivant :

Nom	Modélisation	Remarques
ssnp15a ssnp15b ssnp15c ssnp15d	3D C_PLAN DKT COQUE_3D	**Titre :** Plaque carrée en traction-cisaillement - Von Misès (écrouissage isotrope). **Documentation V :** [V6.03.015] Une plaque, constituée d'un matériau plastique à écrouissage isotrope linéaire, est soumise à un effort de traction et un effort de cisaillement. Même si le test valide plutôt la loi de comportement que les éléments sur lesquels elle s'applique, il permet de tester les valeurs des contraintes, des efforts et des déformations dans le repère défini par l'utilisateur (ANGL_REP).
ssnv115a ssnv115b	D_PLAN DKT	**Titre :** Tôle ondulée en comportement non linéaire. **Documentation V :** [V6.04.115] Ce test valide les comportements non linéaires dans les

ssnv115c	DKT	modélisations de plaques ou de coques minces. La modélisation A (2D D_PLAN) sert de référence. Les valeurs des déplacements sont testées.
ssnv115d	COQUE_3D	La modélisation COQUE_D_PLAN fait apparaître des écarts sur les déplacements latéraux de la tôle de l'ordre de 13% par rapport aux autres modélisations. Ceci est dû à la méthode d'intégration dans l'épaisseur qui ne fait intervenir que 5 points de Gauss pour cette modélisation, comparés à 19 points pour les éléments DKT et DKQ et 8 points pour la modélisation D_PLAN.
ssnv115e	COQUE_3D	
ssnv115f	COQUE_D_PLAN	

2.5.4 Analyse statique non linéaire géométrique

SSNV138

Titre : Plaque cantilever en grandes rotations soumise à un moment.

Documentation V : [V6.04.138]

Modélisations :
SSNV138 COQUE_3D MEC3QU9H
SSNV138 COQUE_3D MEC3TR7H

Remarque :
La plus grande rotation atteinte est légèrement inférieure à □. Les résultats obtenus sont très satisfaisants, l'écart maximum est inférieur à 0.01%. Il est nécessaire d'augmenter la valeur de COEF_RIGI_DRZ (10E-5 par défaut) à 0.001 de façon à pouvoir augmenter la valeur de l'angle de rotation que l'on peut atteindre.

SSNV139

Titre : Plaque biaise.

Documentation V : [V6.04.139]

Modélisations :
SSNV139 COQUE_3D MEC3QU9H
SSNV139 COQUE_3D MEC3TR7H

SSNL502

Titre : Poutre en flambement.

Documentation V : [V6.02.502]

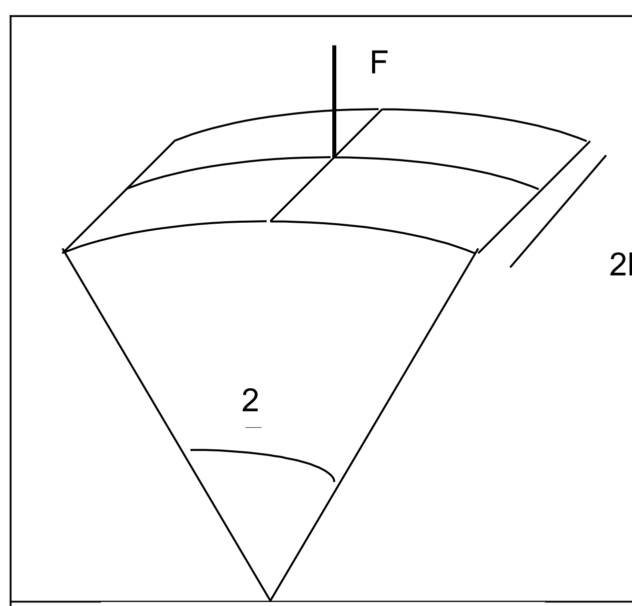
Modélisations :
SSNL502 COQUE_3D MEC3QU9H
SSNL502 COQUE_3D MEC3TR7H

SSNS501

Titre : Grands déplacements d'un panneau cylindrique.

Documentation V : [V6.05.501]

Modélisations :
SSNS501 COQUE_3D MEC3QU9H
SSNS501 COQUE_3D MEC3TR7H



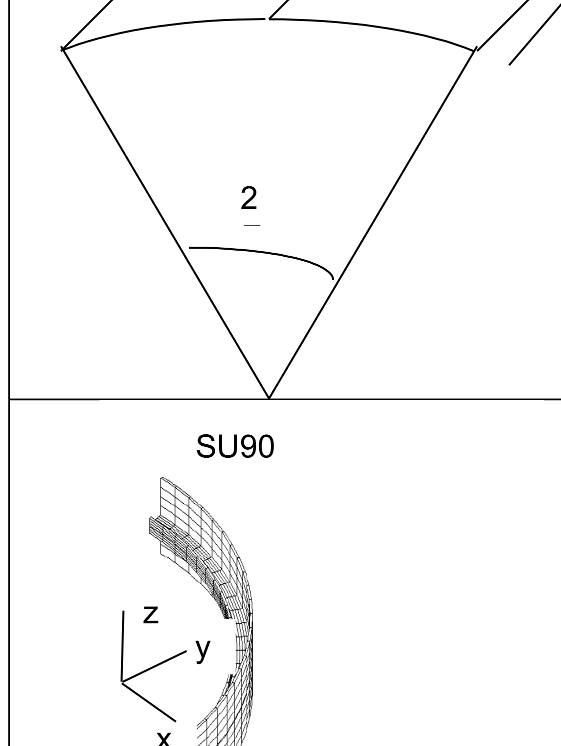
Titre : Claquage d'un panneau cylindrique sous force ponctuelle.

Documentation V : [V6.05.101]

Modélisations :

SSNS101a,b,c,d	SHB8	SHB8
SSNS101e	SHB8	SHB20
SSNS101f	SHB8	SHB6
SSNS101g	SHB8	SHB15

Ce test de mécanique quasi - statique non linéaire permet de valider les éléments SHB en non linéaire géométrique et matériau.



Titre : Flambage d'une coque cylindrique avec raidisseur.

Documentation V : [V6.05.102]

Modélisations :

SSNS102a	SHB8	SHB8
SSNS102b	SHB8	SHB20

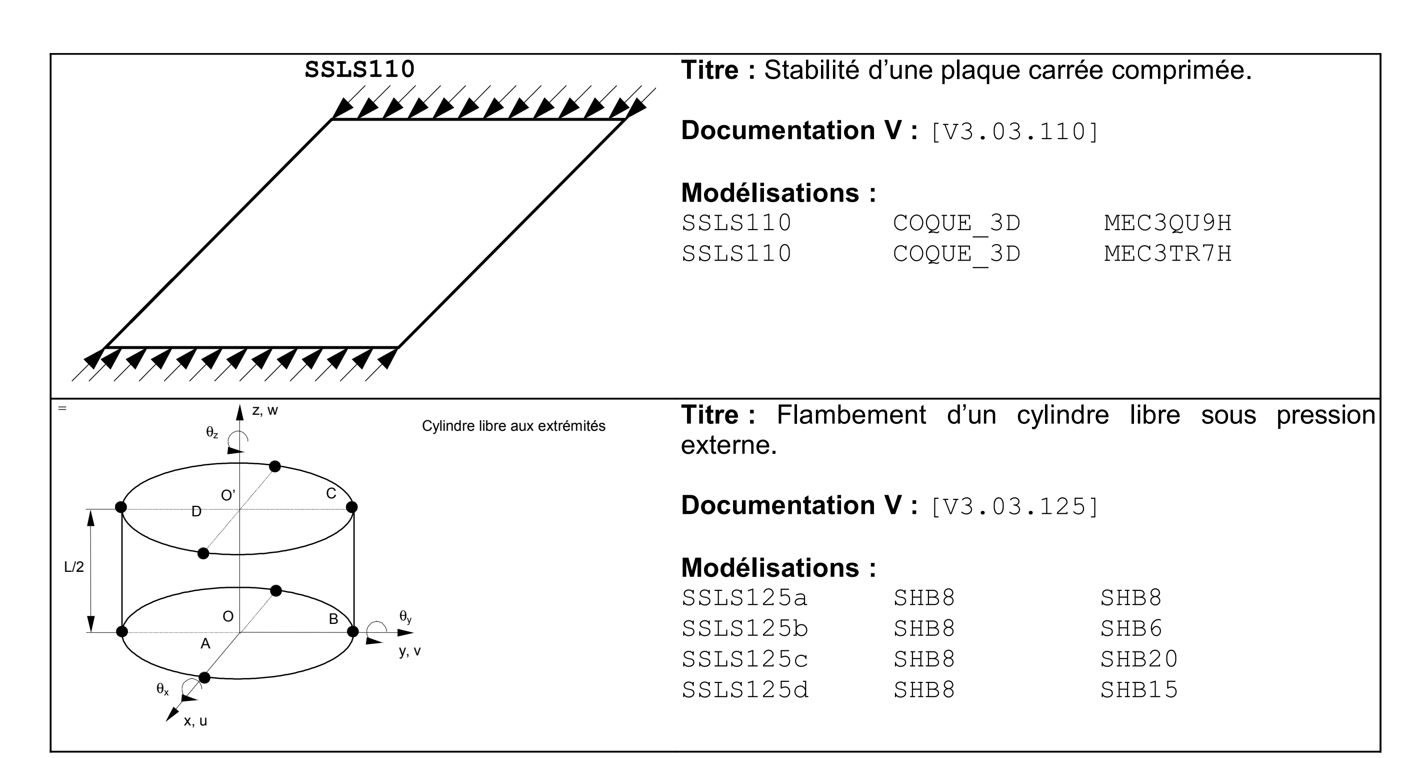
Ce test de mécanique quasi - statique non linéaire permet de valider les éléments SHB8 en non linéaire géométrique, avec ou sans prise en compte des pressions suiveuses et en flambage d'Euler. Il montre les capacités de cet élément à traiter des problèmes de coques minces avec raidisseur.

D'autres cas-tests sont décrits plus brièvement dans le tableau suivant :

Nom	Modélisation	Remarques
ssnv140a	COQUE_3D	**Titre :** Panneau cylindrique encastré soumis à une force surfacique. **Documentation V :** [V6.04.140]
ssnv140b	COQUE_3D	Cette force est constante pour la modélisation a et suiveuse dans la modélisation b. Le but de ce cas-test est de vérifier la modélisation COQUE_3D non-linéaire géométrique en utilisant l'algorithme de mise à jour des grande rotations 3D GROT_GDEP de STAT_NON_LINE et de vérifier le traitement des pressions suiveuses. Les données de ce problème correspondent à une coque mince $h/L=0.625\%$ ce qui est sévère pour l'élément fini triangle MECQTR7H (cas de blocage au cisaillement transverse).
ssnv141a	COQUE_3D	**Titre :** Calotte sphérique pincée. **Documentation V :** [V6.04.141] Les données de ce problème correspondent à une coque mince $h/L=0.4\%$ ce qui est sévère pour l'élément fini triangle MECQTR7H

		(cas de blocage au cisaillement transverse). Il est nécessaire d'augmenter la valeur du `COEF_RIGI_DRZ` qui attribue une rigidité autour de la normale des éléments de coque qui vaut par défaut 10^{-5} la plus petite rigidité de flexion autour des directions dans le plan de la coque de façon à pouvoir augmenter la valeur de l'angle de rotation que l'on peut atteindre. Des valeurs de ce coefficient jusqu'à 10^{-3} restent licites.
ssnv144a	COQUE_3D	**Titre :** Coude en flexion plane, élastique, encastré sur un coté et soumis à une force linéique équivalente à un moment de flexion. **Documentation V :** [V6.04.144] Le but de ce cas-test est de vérifier que, pour les éléments `COQUE_3D`, les solutions quasi-statiques en linéaire géométrique (`VMIS_ISOT_LINE` dans `STAT_NON_LINE`) et en non linéaire géométrique (`GROT_GDEP` dans `STAT_NON_LINE`) sont proches de la solution statique linéaire (`MECA_STATIQUE`) dans le domaine des petites perturbations.
ssnv145a	COQUE_3D	**Titre :** Plaque cantilever en grandes rotations soumise a une pression suiveuse. **Documentation V :** [V6.04.145]
ssnv145b	COQUE_3D	Le but de ce cas-test est de vérifier la modélisation `COQUE_3D` (maille `TRIA7`, `QUAD9`) en présence d'une pression de type suiveuse.

2.5.5 Analyse en flambement d'Euler

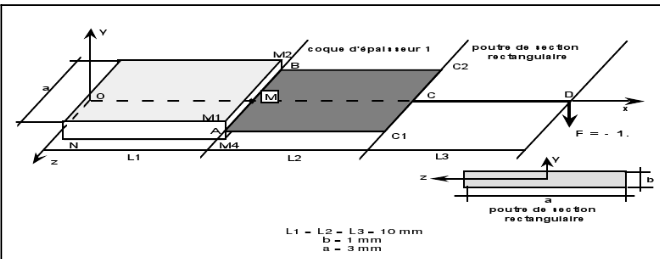


SSLS110	**Titre :** Stabilité d'une plaque carrée comprimée. **Documentation V :** [V3.03.110] **Modélisations :** SSLS110 COQUE_3D MEC3QU9H SSLS110 COQUE_3D MEC3TR7H
Cylindre libre aux extrémités	**Titre :** Flambement d'un cylindre libre sous pression externe. **Documentation V :** [V3.03.125] **Modélisations :** SSLS125a SHB8 SHB8 SSLS125b SHB8 SHB6 SSLS125c SHB8 SHB20 SSLS125d SHB8 SHB15

SDLS504	**Titre :** Flambement latéral d'une poutre (déversement). **Documentation V :** [V2.03.504] **Modélisations :** SDLS504 COQUE_3D MEC3QU9H SDLS504 COQUE_3D MEC3TR7H

SDLS505	**Titre :** Flambement d'une enveloppe cylindrique sous pression externe. **Documentation V :** [V2.03.505] **Modélisations :** SDLS505 COQUE_3D MEC3QU9H SDLS505 COQUE_3D MEC3TR7H

2.5.6 Raccords coques et autres éléments mécaniques

 SSLX100	**Titre :** Mélange 3D-Coque-Poutre en flexion. **Documentation V :** [V3.05.100] **Modélisations :** SSLX100A 3D 1 MECA_HEXA20 DKT 4 MEDKTR3 POU_D_E 2 POU_D_E SSLX100B 3D 1 MECA_HEXA20 DKT 4 MEDKTR3 POU_D_E 2 POU_D_E SSLX100C 3D 1 MECA_HEXA20 DKT 4 MEDKTR3 COQUE_C_PLAN 1 MECPSE3 On teste les flèches, contraintes, déformations axiales et moments fléchissants en 4 points de l'axe de la poutre.

SSLX102	**Titre :** Tuyauterie coudée en flexion. **Documentation V :** [V3.05.102] **Modélisations :** SSLX102A DKT et TUYAU (liaison COQUE_TUYAU) SSLX102D COQUE et POUTRE

SSLX101A

y
x1
P2
P1
x
z

Titre : Tuyau droit modélisé en coques et en poutres [V3.05.101].

Documentation V : [V3.05.101]

Modélisations :

```
SSLX101A     DIS_TR      POI1
              DKT             MEDKQU4
             POU_D_E     2 SEG2
```

Encastrement de la coque sur le bord $P1$. Flexion et traction en $x1$. Écart de 3 à 5% sur les déplacements et rotations en $P2$ avec la solution analytique, dû au maillage coque avec des éléments plans.

```
SSLX101B     DKT       MEDKQU4, METUSEG3
             TUYAU     METUSEG3, MEDKQU4
             DIS_TR    POI1
```

Cette modélisation a pour objectif de tester la liaison coque tuyau en présence de chargements unitaires : traction, flexion et de torsion. La solution de référence est analytique (RDM). L'écart avec la solution numérique s'explique par le fait que le maillage en coques est en réalité constitué d'éléments plans (facettes). La géométrie du tuyau est donc elle-même approchée.

```
SSLX102A     DKT       MEDKQU4, METUSEG3
             TUYAU     MEDKQU4, METUSEG3
```

La modélisation A fait intervenir la liaison coque_tuyau, la solution obtenue (2.7% d'écart en flexion plane, et 0.4% en flexion hors plan, par rapport à la référence: maillage tout coques (modélisation D) permet de tester le bon fonctionnement du raccordement entre coque et tuyau.

3 Thermique

Pour la résolution de problèmes thermomécaniques chaînés, on doit utiliser pour le calcul thermique des éléments finis de coque thermique [R3.11.01]. Ces éléments sont des éléments plaques, ou linéiques dans le cas de structures de révolution ou de structures invariantes suivant un axe. La courbure de la structure n'est pas prise en compte en elle-même. La métrique du plan tangent de chaque élément est calculée en supposant que tous les sommets sont coplanaires. Ces éléments supposent une répartition a priori parabolique de température dans l'épaisseur, qui résulte d'un développement asymptotique en thermique linéaire pour une épaisseur de coque faible, lorsque les variations de températures ne sont pas trop importantes. Il est à noter qu'un modèle basé sur un développement du champ de température plus riche dans l'épaisseur voit ses termes d'ordre supérieur à deux converger vers zéro lorsque la coque est mince. On ne peut donc pas traiter les problèmes de chocs thermiques avec forte variation du profil de température dans l'épaisseur avec ces coques. Les modalités d'utilisation de ces éléments sont présentées en [U1.22.01].

3.1 Définition du problème

3.1.1 Discrétisation spatiale et affectation d'une modélisation : opérateur AFFE_MODELE

3.1.1.1 Degrés de libertés

Les degrés de liberté sont les températures TEMP_MIL (température sur la surface moyenne de la coque), TEMP_INF (température sur la surface inférieure de la coque), et TEMP_SUP (température sur la surface supérieure de la coque).

3.1.1.2 Mailles support des matrices de rigidité

Modélisation	Maille	Nature de la maille	Élément fini	Remarques
COQUE	QUAD9 QUAD8 QUAD4 TRIA7 TRIA6 TRIA3	plane plane plane plane plane plane	THCOQU9 THCOQU8 THCOQU4 THCOTR7 THCOTR6 THCOTR3	nœuds à 3 coordonnées x, y, z
COQUE_PLAN	SEG3	non supposée plane	THCPSE3	nœuds à 2 coordonnées x, y
COQUE_AXIS	SEG3	non supposée plane	THCASE3	nœuds à 2 coordonnées x, y

Pour les THCOTRi, seuls les trois sommets sont exploités pour définir la géométrie locale (plan tangent, normale). Pour les THCOQUi, on considère que l'élément est plan et son plan tangent est défini par défaut par 3 des 4 sommets de l'élément.

3.1.1.3 Mailles support des chargements

Modélisation	Maille	Elément fini	Remarques
COQUE	SEG2	THCOSE2	avec TRIA3 et QUAD4
COQUE	SEG3	THCOSE3	avec TRIA6,7 et QUAD8 ,9

Tous les chargements applicables aux facettes des éléments de coque sont traités par discrétisation directe sur la maille support de l'élément en formulation température. Aucune maille de chargement n'est donc nécessaire pour les faces des éléments de coques.

Pour les chargements applicables sur les bords des éléments de coque, une maille support de type SEG2 (élément THCOSE2) ou SEG3 (élément THCOSE3) doit être utilisée.

Pour les températures imposées les mailles support sont des mailles réduites à un point.

3.1.1.4 Modèle : AFFE_MODELE

L'affectation de la modélisation passe par l'opérateur AFFE_MODELE [U4.41.01].

AFFE_MODELE		Remarques
AFFE		
PHENOMENE :	'THERMIQUE'	
MODELISATION	'COQUE'	
	'COQUE_PLAN'	
	'COQUE_AXIS'	

3.1.2 Caractéristiques élémentaires : AFFE_CARA_ELEM

Dans cette partie, les opérandes caractéristiques des éléments de plaques et de coques en thermique sont décrites. La documentation d'utilisation de l'opérateur AFFE_CARA_ELEM est [U4.42.01].

AFFE_CARA_ELEM	COQUE	COQUE_PLAN	COQUE_AXIS	Remarques
COQUE				
EPAIS	•	•	•	

Les caractéristiques affectées aux matériaux sont les mêmes que pour un calcul mécanique. Il est à noter qu'il n'est pas utile de définir un repère particulier pour l'exploitation des résultats du calcul thermique car ceux-ci se limitent aux champs de température, grandeur scalaire, indépendante du référentiel utilisé.

3.1.3 Matériaux : DEFI_MATERIAU

DEFI_MATERIAU	COQUE	COQUE_PLAN	COQUE_AXIS	Remarques
THER	•	•	•	
THER_FO	•	•	•	

Les matériaux utilisés avec des éléments plaques ou coques en thermique peuvent avoir des caractéristiques thermiques linéaires constantes ou dépendantes de l'incrément de chargement.

3.1.4 Chargements et conditions limites : AFFE_CHAR_THER et AFFE_CHAR_THER_F

L'affectation des chargements et des conditions aux limites sur un modèle thermique s'effectue à l'aide de l'opérateur AFFE_CHAR_THER, si les chargements et les conditions aux limites mécaniques sur un système sont des valeurs réelles ne dépendant d'aucun paramètre, ou bien AFFE_CHAR_THER_F, si ces valeurs sont fonctions de la position ou de l'incrément de chargement.

La documentation d'utilisation d'AFFE_CHAR_THER et AFFE_CHAR_THER_F est [U4.44.02].

3.1.4.1 Liste des mot-clés facteur d' AFFE_CHAR_THER

Les valeurs des chargements affectées sont réelles et ne dépendent d'aucun paramètre.

AFFE_CHAR_THER généraux	**COQUE**	**COQUE_PLAN**	**COQUE_AXIS**	**Remarques**
TEMP_IMPO	•	•	•	

AFFE_CHAR_THER particuliers	**COQUE**	**COQUE_PLAN**	**COQUE_AXIS**	**Remarques**
FLUX_REP	•	•	•	sur les faces et les bords des éléments surfaciques
ECHANGE	•	•	•	sur les faces et les bords des éléments surfaciques

- TEMP_IMPO : Mot clé facteur utilisable pour imposer, sur des nœuds ou des groupes de nœuds, une température.
- FLUX_REP : Mot clé facteur utilisable pour appliquer des flux normaux à une face de coque thermique définie par une ou plusieurs mailles ou des groupes de mailles de type triangle ou quadrangle.
- ECHANGE : Mot clé facteur utilisable pour appliquer des conditions d'échange avec une température extérieure à une face de coque, définie par une ou plusieurs mailles ou groupes de mailles de type triangle ou quadrangle.

3.1.4.2 Liste des mot-clés facteur d' AFFE_CHAR_THER_F

Les valeurs des chargements affectées peuvent être fonction des coordonnées globales et du temps, ou de la température en thermique non linéaire (sauf en coques).

AFFE_CHAR_THER_F généraux	**COQUE**	**COQUE_PLAN**	**COQUE_AXIS**	**Remarques**
TEMP_IMPO	•	•	•	

AFFE_CHAR_THER_F particuliers	**COQUE**	**COQUE_PLAN**	**COQUE_AXIS**	**Remarques**
FLUX_REP	•	•	•	sur les faces et les bords des éléments surfaciques
ECHANGE	•	•	•	sur les faces et les bords des éléments surfaciques

3.2 Résolution

3.2.1 Calculs transitoires : opérateur THER_LINEAIRE

Option de calcul transitoire	COQUE	COQUE_PLAN	COQUE_AXIS	Remarques
CHAR_THER_EVOL	•			

Il s'agit ici du traitement des problèmes de thermique évolutive.

3.3 Calculs supplémentaires et post-traitements

3.3.1 Calculs en post-traitement

On présente ci-après les options de post-traitement pour les éléments de plaques et de coques

OPTIONS élémentaires	COQUE	COQUE_PLAN	COQUE_AXIS	Remarques
'FLUX_ELNO'	•			
'FLUX_ELGA'	•			

- FLUX_ELNO : Cette option effectue le calcul de flux de chaleur aux nœuds à partir de la température.
- FLUX_ELGA : Cette option effectue le calcul de flux de chaleur aux points d'intégration à partir de la température.

3.4 Exemples

On donne ici la liste des cas-tests disponibles pour les coques thermiques. Ce sont des cas-tests de thermique stationnaire. Les résultats sont corrects pour l'ensemble de ces cas-tests, quel que soit l'élément utilisé.

Nom	Modélisation	Élément	Remarques
tplp301a	COQUE	THCOTR3	**Titre :** Plaque avec température imposée répartie sinusoïdalement sur un côté. **Documentation :** [V4.05.301]
tplp302a	COQUE	THCOTR6	**Titre :** Plaque rectangulaire avec température imposée sur les côtés. **Documentation :** [V4.05.302]
tpls100a tpls100b	COQUE COQUE_PLAN	THCOTR6/THCOTR3 THCPSE3	**Titre :** Plaque infinie soumise à un couple de flux de chaleur antisymétriques stationnaires sur ses deux demi-faces. **Documentation :** [V4.03.100] La conduction est linéaire, homogène et isotrope.
tpls101a tpls101b tpls101c tpls101d tpls101e	COQUE	THCOTR6/THCOSE3 THCOQU4/THCOSE2 THCOQU8/THCOSE3 THCOQU9/THCOSE3 THCOTR7/THCOSE3	**Titre :** Plaque infinie soumise à un couple de conditions thermiques avec l'extérieur, symétriques par rapport au feuillet moyen. **Documentation :** [V4.03.101]

			La conduction est linéaire, homogène et isotrope.
tpls302a tpls302b tpls302c tpls302d	COQUE	THCOQU8/THCOSE3 THCOQU4/THCOSE2 THCOQU9/THCOSE3 THCOTR7/THCOSE3	**Titre :** Plaque rectangulaire avec convection et température imposée **Documentation :** [V4.03.302]

4 Chaînage thermomécanique

4.1 Formalisme

Pour la résolution de problèmes thermomécaniques chaînés, on doit utiliser pour le calcul thermique des éléments finis de coque thermique [R3.11.01] dont le champ de température est récupéré comme donnée d’entrée du *Code _Aster* pour le calcul mécanique. Il faut donc qu’il y ait compatibilité entre le champ thermique donné par les coques thermiques et celui récupéré par les coques mécaniques. Ce dernier est défini par la connaissance des 3 champs TEMP_INF, TEMP_MIL et TEMP_SUP donnés en peaux inférieure, milieu et supérieure de coque. Le tableau ci-dessous indique ces compatibilités :

Modélisation **THERMIQUE**	Maille	Élément	Maille	Élément	Modélisation **MECANIQUE**
COQUE	QUAD9	THCOQU9	QUAD9	MEC3QU9H	COQUE_3D
COQUE	QUAD8	THCOQU8			
COQUE	QUAD4	THCOQU4	QUAD4	MEDKQU4 MEDSQU4 MEQ4QU4	DKT DST Q4G
COQUE	TRIA7	THCOTR7	TRIA7	MEC3TR7H	COQUE_3D
COQUE	TRIA6	THCOTR6			
COQUE	TRIA3	THCOTR3	TRIA3	MEDKTR3 MEDSTR3	DKT DST
COQUE_PLAN	SEG3	THCPSE3	SEG3 SEG3	METDSE3 METCSE3	COQUE_D_PLAN COQUE_C_PLAN
COQUE_AXIS	SEG3	THCASE3	SEG3	MECXSE3	COQUE_AXIS

Remarques :

- *Les nœuds des éléments de coques thermiques et de plaques ou de coques mécaniques doivent se correspondre. Les maillages pour la thermique et la mécanique auront donc le même nombre et le même type de mailles.*
- *Les éléments de coques thermiques surfaciques sont traités comme des éléments plans par projection de la géométrie initiale sur le plan défini par les 3 premiers sommets. Pour le chaînage de calculs avec des éléments courbes mécaniques il est donc nécessaire que la géométrie de la plaque ne soit pas trop éloignée de celle de la coque. Lorsque la structure est courbe, cela nécessite donc pour le calcul thermique de la mailler de façon suffisamment fine de façon à avoir des résultats corrects en prévision de la partie mécanique. Seuls les éléments linéiques de thermique sont parfaitement associés aux éléments linéiques correspondants en mécanique car prenant en compte la courbure de la structure maillée.*
- *Le chaînage avec des matériaux multicouches n’est pas disponible pour l’instant.*
- *Le chaînage thermomécanique est aussi possible si l’on connaît, analytiquement ou par des mesures expérimentales, la variation du champ de température dans l’épaisseur de la structure ou de certaines parties de la structure. Dans ce cas on travaille avec une carte de température définie a priori ; le champ de température n’est plus donné par les trois valeurs TEMP_INF , TEMP_MIL et TEMP_SUP du calcul thermique obtenues par EVOL_THER . L’opérateur DEFI_NAPPE permet de créer de tels profils de températures à partir des données fournies par l’utilisateur. Ces profils sont affectés par la commande CREA_CHAMP et CREA_RESU (cf. le cas-test hsns100b). On notera qu’il n’est pas nécessaire pour le calcul mécanique que le nombre de points d’intégration dans l’épaisseur soit égal au nombre de points de discrétisation du champ de température*

dans l'épaisseur. Le champ de température est automatiquement interpolé aux points d'intégration dans l'épaisseur des éléments de plaques ou de coques.

- L'évolution thermique que l'on peut associer au champ de matériau par *AFFE_MATERIAU/AFFE_VARC* doit être prête à être utilisée par les éléments finis du modèle mécanique. Un problème se pose pour les éléments de type coque ou tuyau qui utilisent une température variant dans l'épaisseur sur les différentes couches. Pour ces éléments, il est nécessaire de préparer le calcul de la température sur les couches en amont de la commande *AFFE_MATERIAU*. Pour cela, l'utilisateur doit utiliser la commande *CREA_RESU* avec l'une des opérations *PREP_VRC1* ou *PREP_VRC2* des VaRiables de Commande") :
  - *OPERATION='PREP_VRC1' :* calcul de la température dans les couches d'une coque en partant d'une température *TEMP= f(EPAIS,INST)*
  - *OPERATION='PREP_VRC2'* : calcul de la température dans les couches d'une coque en partant d'une température calculée par *Code_Aster* avec un modèle de coques *(TEMP_MIL/TEMP_INF/TEMP_SUP)*.

HPLA100

Titre : Cylindre creux thermoélastique pesant en rotation uniforme

Documentation : [V7.01.100]

Modélisations :

```
HPLA100A
Thermique    PLAN          32 THPLQU8
Mécanique    AXIS          32 MEAXQU8

HPLA100B
Thermique    COQUE_PLAN    10 THCPSE3
Mécanique    COQUE_AXIS    10 MECXSE3

HPLA100C
Thermique    COQUE         32 THCOQU9
Mécanique    COQUE_3D      32 MEC3QU9H

HPLA100D
Thermique    COQUE         64 THCOTR7
Mécanique    COQUE_3D      64 MEC3TR7H

HPLA100E
Thermique    COQUE         200 THCOQU4
Mécanique    COQUE         200 MEDKQU4

HPLA100F
Thermique    COQUE         400 THCOTR3
Mécanique    COQUE         400 MEDKTR3
```

Rayon intérieur $R_i = 19.5\ mm$
Rayon extérieur $R_e = 20.5\ mm$
Point F $R = 20.0\ mm$
Epaisseur $h = 1.0\ mm$
Hauteur $L = 10.0\ mm$

Il s'agit d'étudier un phénomène de dilatation thermique où les champs de température sont calculés avec THER_LINEAIRE par un calcul stationnaire :

- dilatation thermique :

$$T(\rho)-T_{ref}(\rho)=0.5(T_s+T_i)+2.(T_s+Ti)(r-R)/h$$

avec : $T_s=0.5\,°C, T_i=-0.5\,°C, T_{ref}=0\,°C$

$T_s=0.1\,°C, T_i=0.1\,°C, T_{ref}=0\,°C$

On teste les contraintes, les efforts et moments fléchissants en L et M. Les résultats de référence sont analytiques. Pour les modélisations COQUE_3D on prend en compte la variation de métrique avec l'épaisseur de la coque. Très bons résultats quel que soit le type d'élément considéré.

5 Conclusion et conseils d'utilisation

Dans le tableau suivant, un récapitulatif des possibilités offertes par les modélisations plaques et coques est décrit.

Modélisation	**DKT**	**DST, Q4G**	**DKTG, Q4GG**	**COQUE_3D**	**COQUE_AXIS, COQUE_D_PLAN COQUE_C_PLAN**	**SHB8**	**GRILLE_***
Domaine d'application							
Statique linéaire : Matériau isotrope	X	X	X	X	X	X	X
Matériau orthotrope, composite	X	X					
Statique non-linéaire	X		X	X	X	X	X

matériau							
Statique non-linéaire géométrique				X		X	
Analyse dynamique	X	X	X	X	X	X	X
Flambement d'Euler				X		X	X

Sur la figure ci-dessous le domaine d'utilisation des plaques et des coques est schématisé.

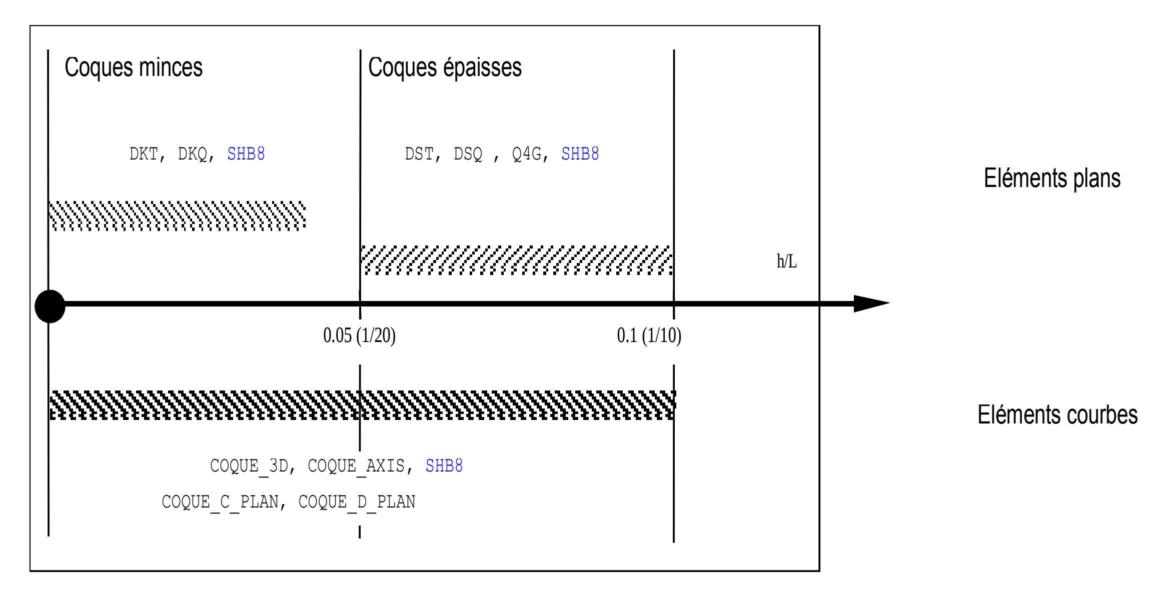


Figure 5-a : Domaines d'utilisation des plaques, des coques et des coques SHB

Quelques recommandations concernant le domaine d'utilisation de ces éléments :

- **Structures minces :** pour ces structures, dont le rapport h/L est inférieur à 1/20, les effets de cisaillement transverse peuvent être négligés et la théorie de Kirchhoff s'applique. On conseille d'utiliser pour ce type de structure des éléments plaques DKT-DKQ ou des éléments de coque courbe (COQUE_3D, _AXIS, _C_PLAN, _D_PLAN) ou des éléments coques volumiques SHB8, SHB15, SHB20. **Il est conseillé d'utiliser de préférence les éléments DKT et DKQ** qui donnent de très bons résultats sur les déplacements et plus approximatifs sur les contraintes (à recommander pour les analyses vibratoires). Même si on doit utiliser un grand nombre de ces éléments, les temps d'exécution restent raisonnables comparés à ceux des éléments courbes. L'élément SHB6 est moins performant que les autres éléments SHB pour les structures minces. Néanmoins, l'élément SHB6 est indispensable pour mailler des géométries quelconques. Une modélisation mixte SHB6 et SHB8 donne des résultats raisonnables en précision et en temps de calcul. **Il est donc conseillé de mailler la structure au maximum avec des éléments SHB8, et de mailler la partie restante avec des éléments SHB6. Il est déconseillé d'utiliser l'élément SHB6 pour mailler la totalité de la structure**.

- **Structures épaisses :** pour ces structures, on utilisera des éléments de plaque DST, DSQ et Q4G qui tiennent compte du cisaillement transverse avec un facteur de correction de cisaillement $k=5/6$ (théorie de Reissner) ou **de préférence des éléments de coque courbe**. Le facteur de correction du cisaillement permet de passer d'une théorie de Hencky-Mindlin-Naghdi pour $k=1$, à une théorie de Reissner pour $k=5/6$. Le coefficient de cisaillement n'est ajustable que pour les éléments de coque courbe mais il est conseillé de ne pas modifier sa valeur par défaut.
Lorsque la modélisation Q4G a été privilégiée, il faut réaliser une petite étude de sensibilité au maillage. Les tests montrent en effet que cette modélisation nécessite un maillage suffisamment fin dans les directions sollicitées en flexion pour obtenir des erreurs faibles.
Comme pour les structures minces, les recommandations d'utilisation pour les éléments SHB pour les structures épaisses sont les mêmes. Les éléments SHB8, SHB15 et SHB20 sont performants.

Il est donc conseillé d'utiliser l'élément SHB6 pour mailler les géométries complexes qu'on ne peut pas modéliser par le seul élément SHB8.

Les éléments DKT, DKQ, DST, DSQ et Q4G sont des éléments plans, ils ne prennent pas en compte la courbure des structures, il est donc nécessaire de raffiner le maillage dans le cas où la courbure est importante si on veut éviter les flexions parasites.

La variation de métrique de la géométrie (c'est-à-dire son rayon de courbure) en fonction de son épaisseur est prise en compte :

- automatiquement pour la modélisation COQUE_3D
- défini par l'utilisateur pour les modélisations COQUE_AXIS, COQUE_D_PLAN et COQUE_C_PLAN.

L'élément mécanique optimal en statique d'après l'ensemble des cas-tests du paragraphe [§2.5] est l'élément de coque à 9 nœuds MEC3QU9H, qui permet d'obtenir de bons déplacements et de bonnes contraintes grâce à son interpolation P2 en membrane. C'est un élément polyvalent qui peut être à la fois utilisé pour représenter des structures très minces ($h/L \leq 1/100$) ou plus épaisses. Comme, par ailleurs, **l'élément de coque à 7 nœuds MEC3TR7H est moins performant**, il est **conseillé à l'utilisateur de mailler sa structure en coques avec le plus grand nombre possible de quadrangles**.

- **Non-linéarité matériau :** les comportements non linéaires (plasticité, etc.) en contraintes planes sont disponibles pour les éléments de coque courbe (COQUE_3D, COQUE_AXIS, COQUE_C_PLAN, COQUE_D_PLAN) et les éléments plaques DKT-DKQ uniquement. Le comportement plastique ne prend pas les termes de cisaillement transverse qui sont traité de façon élastique, car le cisaillement transverse est découplé du comportement plastique. Pour une bonne représentation de la progression de la plasticité à travers l'épaisseur, on conseille d'utiliser pour l'intégration numérique 3 à 5 couches dans l'épaisseur pour un nombre de points de gauss valant respectivement 3, 5 et 11. Tous les comportements non linéaires sont disponibles pour les éléments de coques volumiques SHB (SHB6, SHB8, SHB15 et SHB20).

- **Non-linéarité géométrique :** les non linéairités géométriques (grands déplacements , grandes rotations) en contraintes planes sont disponibles pour les éléments de coque courbe COQUE_3D uniquement. Les comportements non linéaires (grands déplacements, petites rotations) sont disponibles pour les éléments de coques volumiques SHB.

- **Flambement d'Euler :** ce type d'analyse est disponible avec les éléments de coque courbe COQUE_3D et coques volumiques SHB.

Des éléments correspondant aux éléments mécaniques existent en thermique; les couplages thermomécaniques sont donc disponibles à la fois pour les éléments de plaques et de coques. Pour l'instant ces couplages ne sont pas possibles pour des matériaux multicouches.

6 Bibliographie

1 J.L. Batoz, G. Dhatt "Modélisation des structures par éléments finis: poutres et plaques" Hermès,Paris(1990)

2 J.L. Batoz, G. Dhatt "Modélisation des structures par éléments finis: coques" Hermès,Paris(1992)

3 D. Bui "Evolution de AFFE_CARA_ELEM " CR MMN/97/004.

4 S. Andrieux "Raccords 3D/poutre, 3D/coques et autres fantaisies". Note à paraître.

5 E. Lorentz "Grandes déformations plastiques. Modélisation dans Aster par PETIT_REAC".EDF/DER CRMMN 1536/07.

6 P. Jetteur "Cinématique non-linéaire des coques". Rapport SAMTECH issu du contrat PP/GC-134/96.

7 J. Argyris, P. Dunne, C. Malejannakis, E. Schelkie "A simple triangular facet shell element with application to linear and non linear equilibrium and elastic stability problem ". Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.,vol 11, 1977.

8 F. Frey "L'analyse statique non-linéaire des structures par la méthode des éléments finis et son application à la construction métallique ". Thèse de Doctorat, Liège, 1978.

9 A. B. Sabir and A. C. Lock "The application of finite elements to the large deflection geometrically and non linear behavior of cylindrical shells " Variational methods in Engineering, edited by Brebbia and Tottenham, Southampton, 1972.

10 G.S. Dhatt "Instability of thin shells by the finite elements method ". Proc. IASS Symp. ,Vol1, Vienna 1970, pp1-36.

11 Raccord 3D-Poutre [R3.03.03].

12 Pression suiveuse pour les éléments de coques volumiques [R3.03.07].

13 Coques thermoélastiques axisymétriques et 1D [R3.07.02].

14 Eléments de plaque DKT, DST, DKQ, DSQ et Q4 [R3.07.03].

15 Eléments finis de coques volumiques [R3.07.04].

16 Eléments de coques volumiques en non linéaire géométrique[R3.07.05].

17 Modèle de thermique pour les coques minces [R3.07.11].

18 Eléments finis de tuyau droit et courbe avec ovalisation, gonflement et gauchissement en élasto-plasticité [R3.08.06].

19 Modèle de thermique pour les coques minces [R3.11.01].

20 Intégration des relations élasto-plastiques [R5.03.02].

21 Relation de comportement élastique non linéaire [R5.03.20].

22 Modélisation statique et dynamique des poutres en grandes rotations [R5.03.40].

23 Opérateur DEFI_MATERIAU [U4.23.01].

24 Opérateur DEFI_COMPOSITE [U4.23.03].

25 Opérateur AFFE_CARA_ELEM [U4.24.01].

26 Opérateur AFFE_CHAR_MECA et AFFE_CHAR_MECA_F [U4.25.01].

27 Opérateur AFFE_CHAR_THER et AFFE_CHAR_THER_F [U4.25.02].

28 Opérateur STAT_NON_LINE [U4.32.01].

29 Opérateur CALC_MATR_ELEM [U4.41.01].

30 Opérateur CALC_CHAMP [U4.81.04].

31 LEGAY A. and COMBESCURE A. : "Elasto-plastic stability analysis of shells using the physically stabilized finite element SHB8PS", International Journal for Numerical Methods and Engineering, Vol. 57, 1299-1322, 2003.

32 ABED-MERAIM F. and COMBESCURE A. : " SHB8PS a new adaptative assumed strain continuum mechanics shell element for impact analysis ", Computers and Structures, Vol. 80, 791-803, 2002.

33 BELYTSCHKO T. and BINDEMAN L.P. : "Assumed strain stabilization of the eight node hexahedral elements", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 105, 225-260, 1993.

34 FLANAGAN D.P. and BELYTSCHKO T. : "A uniform strain hexahedron and equilateral with orthogonal hourglass control", International Journal for Numerical Methods and Engineering, Vol. 17, 679-706, 1981.

35 RIKS E. : "An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems", International Journal of Solids and Structures, Vol. 15, 524-551, 1979.